



# Modélisation thermomécanique et transferts de fluides dans les zones de subduction

Pierre-André Emmanuel François Arrial

## ► To cite this version:

Pierre-André Emmanuel François Arrial. Modélisation thermomécanique et transferts de fluides dans les zones de subduction. Sciences de la Terre. Université de Nantes, 2009. Français. NNT: . tel-00391008

**HAL Id: tel-00391008**

**<https://theses.hal.science/tel-00391008>**

Submitted on 3 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

ÉCOLE DOCTORALE  
SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR, LES GÉOSCIENCES ET L'ARCHITECTURE

Année 2009

N° attribué par la bibliothèque :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

# Modélisation thermomécanique et transferts de fluides dans les zones de subduction

---

THÈSE DE DOCTORAT  
Discipline : Sciences de la Terre et de l'Univers  
Spécialité : Géodynamique

*Présentée  
et soutenue publiquement par :*

**Pierre-André Arrial**

*le 12 mars 2009, devant le jury ci-dessous :*

<i>Président</i>	M. Michel VISONNEAU, <i>Directeur de Recherche CNRS</i> , École Centrale de Nantes
<i>Rapporteurs</i>	M. Emmanuel TRIC, <i>professeur</i> , Université de Nice Sophia-Antipolis
	M. Gilles CHAZOT, <i>professeur</i> , Université de Brest
<i>Examinatrice</i>	Melle Gaëlle PROUTEAU, <i>Maître de Conférences</i> , Université Pierre et Marie Curie
<i>Directeur de thèse</i>	M. Antoine MOCQUET, <i>professeur</i> , Université de Nantes
<i>Co-encadrante</i>	Mme. Christèle GUIVEL, <i>maître de conférence</i> , Université de Nantes
<i>Co-directeur (Invité)</i>	M. Olivier GRASSET, <i>professeur</i> , Université de Nantes



# Remerciements ...

*Nous y voilà !*

*Je souhaite tout d'abord exprimer ma profonde reconnaissance à mes trois directeurs de thèse pour la confiance et les conseils qu'ils ont su me prodiguer au cours de ces trois années. Merci à Antoine Mocquet pour sa patience, j'espère qu'il ne restera pas trop traumatisé par la perte d'un rétroviseur à Montpellier ; Christèle Guivel pour son enthousiasme et ses discussions autour de la subduction ; et Olivier Grasset pour tout le temps passé à mettre au point le modèle numérique et à comprendre comment fonctionnait FreeFEM++. Alors trois directeurs de thèse pour un seul thésard cela peut paraître beaucoup. Mais quand tout se déroule aussi bien que cela, ce sont des conditions de travail formidables. Encore merci à eux.*

*Je tiens également à remercier les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail malgré parfois des emplois du temps chargés. Merci au président Michel Visonneau et aux deux rapporteurs Emmanuel Tric et Gilles Chazot, sans oublier Gaëlle Prouteau qui a accepté d'être examinatrice.*

*Je souhaite également adresser un remerciement spécial à Diane Arcay. J'ai eu l'occasion de rencontrer Diane à la fin de sa thèse et au début de la mienne. Je me suis beaucoup inspiré de ses travaux et je la remercie, notamment pour les échanges que nous avons eu et qui m'apprendront, je l'espère, à mieux lire les graphiques. Je remercie également Arnould Heuret que j'ai rencontré lors de l'EGU à Vienne en 2007. Il m'a permis d'avoir accès à sa base de données sur les zones de subduction qui m'a été d'une aide précieuse, mais que je n'ai malheureusement pas pu exploiter comme je l'aurais voulu. Ce n'est que partie remise.*

*Je remercie également toutes les personnes du Laboratoire de Planétologie et Géodynamique de Nantes qui sont intervenues directement ou indirectement dans ce travail. Plus particulièrement, je remercie Eric Humler et Antoine Bezos qui sont à l'origine de l'application qui est présentée dans ce manuscrit ; Gaël Choblet qui m'a permis d'utiliser le Cluster pour accélérer la production de résultat durant le mois de décembre précédent*



la fin de la rédaction. Parallèlement, j'en profite pour m'excuser auprès de tous les utilisateurs de Saturne, Bipro, Planet-Center, Cluster, .... que j'ai embêté en monopolisant les capacités informatiques durant cette période.

Je n'oublie pas non plus tous les thésards, ATER et post-docs du laboratoire sur lesquels il y aurait tant de choses à dire. Tout d'abord les "anciens" Pierre et François, mes deux voisins de bureau pendant les premiers temps, Yoann qui a le rythme dans la peau (ou plutôt sur la table), Mathieu que j'ai connu au début de mon cursus et que j'ai eu plaisir à retrouver en doctorat, Régis sans qui je n'aurais pas entamé un second master et donc cette thèse, merci également pour ton amitié tout au long de notre cursus universitaire, j'Y que viva el hyperspectral ! (pardon je m'égare). Un autre remerciement spécial à mes deux congénères de promotion, Laetitia, Marsienne qui nous aura tous battu à plat de couture, Charles, alias Spectroman, spécialiste de la boue de la baie de Bourgneuf qui lui ne m'aura battu que de 2 jours. Il reste maintenant les "petits jeunes", Guillaume qui polar wanderise avec Oedipus ; Olivia qui aimerait bien avoir Oedipus ; Jonathan imperturbable ; Marion qui fait de la contrebande de glacier suisse ; Cécile qui fait des glaçons (merci à elle et Guillaume pour les petites parties de jeux vidéo) ; Lucille à la recherche du méthane perdu dans les brumes de Titan ; Katia qui nous trouve bien calmes avec Guillaume ; les pétrolettes de la cave, avec Déborah et Aurore qui "bullent", et Farzaneh qui cultive des algues. Virginie qui a une crise cardiaque à chaque coup de téléphone, Olivier et Loïc, alias tic et Tac, Mathieu le noctambule, Alistair le surfeur anglais, la discrète Marie, François et Benoît les babas, Sandrine francocanadienne exilée au Pays Bas.

Et puis il n'y a pas que le travail dans l'histoire. Il y a aussi les amis qui vous soutiennent. Anthony, C6L, Line et David B avec qui l'excursion au Canada restera un grand souvenir et dont l'épopée en Canoë me fait encore rire. Raphaël et Vincent devenus inséparables au grand désespoir de Laureen, américaine exilée pour quelques temps en Roumanie, Elisa, sortie de son placard, Emilou, archi pouet, Julie montée à Paris pour y mener la grande vie ; Et tous les membres du CNEN que j'ai eu l'occasion de rencontrer au cours des sorties (ou au local).

Je remercie également mes parents et ma famille, qui m'ont toujours soutenu dans les choix que j'ai fait même si ils n'y comprenaient pas grand chose. Et enfin pour finir, mais ce n'est pas celle qui compte le moins, un tendre remerciement à Mélanie qui m'a supporté et encouragé pendant les moments de doute mais qui est responsable de tous les moments de joie. Je la remercie aussi pour son implication dans les derniers moments de ce travail, son maniement d'Illustrator, les nombreuses corrections d'orthographe (le premier chapitre est passé dans une faille spatio-temporelle c'est sûr), pour ses petites ballades au son de *Calluna vulgaris* ou de *Nardus stricta*. Enfin et surtout pour "son soutien sans faille" (Lataste, 2007).

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I La dynamique des zones de subduction</b>	<b>5</b>
I.1 Les domaines lithosphériques et asthénosphériques en interaction . . . . .	6
I.1.1 La plaque subduite . . . . .	7
I.1.2 Le coin du manteau . . . . .	14
I.1.3 La croûte chevauchante . . . . .	16
I.2 Le rôle de l'eau et du métamorphisme . . . . .	17
I.2.1 Métamorphisme et teneur en eau de la croûte océanique . . . . .	18
I.2.2 Teneur en eau dans le manteau . . . . .	21
I.2.3 Solubilité de l'eau dans la lherzolite . . . . .	24
I.2.4 Migration et transferts d'eau . . . . .	27
<b>II Le modèle numérique</b>	<b>29</b>
II.1 Rappel sur la méthode des éléments finis . . . . .	30
II.2 Le modèle thermomécanique . . . . .	34
II.2.1 Les équations de la mécanique des fluides . . . . .	34
II.2.2 Modèle thermique . . . . .	36
II.2.3 Modèle mécanique . . . . .	38
II.3 Rhéologie . . . . .	40
II.3.1 Influence de la température . . . . .	40
II.3.2 Influence de l'eau . . . . .	41
II.4 Méthode des traceurs . . . . .	42
II.5 Modèle de fusion partielle . . . . .	45
II.5.1 Modèle de fusion anhydre . . . . .	46
II.5.2 Modèle de fusion hydratée . . . . .	48
II.5.3 Influence du partitionnement de l'eau . . . . .	50
II.5.4 Calcul de la fusion partielle et intégration au modèle . . . . .	55

<b>III Validation du modèle</b>	<b>59</b>
III.1 Test sur la minimisation de la diffusion numérique . . . . .	60
III.1.1 Description du modèle . . . . .	60
III.1.2 Correction de la diffusion numérique . . . . .	61
III.1.3 Influence de la taille du maillage . . . . .	63
III.2 Test sur la méthode de pénalisation . . . . .	65
III.2.1 Description du modèle . . . . .	65
III.2.2 Comparaison des méthodes . . . . .	66
III.3 Modèle de convection à viscosité variable . . . . .	68
III.3.1 Description du modèle à viscosité thermo-dépendante . . . . .	68
III.3.2 Tests numériques . . . . .	70
III.4 Benchmark de zones de subduction . . . . .	71
III.4.1 Description du modèle . . . . .	71
III.4.2 Paramètres descriptifs des résultats . . . . .	74
III.4.3 Présentation des codes . . . . .	74
III.4.4 Résultats . . . . .	75
III.5 Modèle de transfert d'eau . . . . .	79
III.5.1 Principe du modèle . . . . .	79
III.5.2 Résultats du test . . . . .	81
III.5.3 Evaluation de la qualité du modèle . . . . .	83
<b>IV Modélisations thermomécaniques sans transferts de fluides</b>	<b>85</b>
IV.1 Description du modèle . . . . .	86
IV.1.1 Géométrie du modèle . . . . .	86
IV.1.2 Conditions aux limites . . . . .	87
IV.2 Description des résultats . . . . .	89
IV.2.1 Structure thermique du coin du manteau . . . . .	90
IV.2.2 Hydratation du coin du manteau . . . . .	91
IV.2.3 Calcul de la fusion partielle . . . . .	92
IV.3 Résultats . . . . .	94
IV.3.1 Influence de l'épaisseur de croûte . . . . .	94
IV.3.2 Influence du taux de convergence . . . . .	98
IV.3.3 Influence du pendage . . . . .	102
<b>V Modélisation avec transferts d'eau et calcul de la fusion partielle</b>	<b>107</b>
V.1 Présentation du modèle . . . . .	108
V.1.1 Géométrie et conditions aux limites . . . . .	108
V.1.2 Insertion de la méthode des traceurs . . . . .	110
V.1.3 Calcul de la fusion partielle . . . . .	113
V.2 Description du modèle de référence . . . . .	115
V.2.1 Déshydratation et teneur en eau . . . . .	115

---

V.2.2	Évolution de la production magmatique . . . . .	123
V.2.3	Localisation de la fusion partielle . . . . .	124
V.3	Influence des paramètres de la subduction . . . . .	128
V.3.1	Influence de la profondeur du Moho . . . . .	128
V.3.2	Influence du taux de convergence . . . . .	136
V.3.3	Influence du pendage . . . . .	143
V.3.4	Synthèse . . . . .	148
<b>VI</b>	<b>Discussions et perspectives</b>	<b>153</b>
VI.1	Comparaison avec d'autres modèles numériques . . . . .	153
VI.2	Taux de production magmatique . . . . .	155
VI.3	Teneur en eau des magmas et mélanges . . . . .	158
VI.4	Érosion lithosphérique . . . . .	159
	<b>Bibliographie</b>	<b>162</b>



# Table des figures

1	Coupe schématique à travers une zone de subduction, illustrant les processus de transferts de fluides et de fusion partielle dans le coin du manteau (modifié d'après Gaetani et Grove, 2003). L'eau est relâchée par la plaque subduite et vient hydrater le manteau sus-jacent. Au cours de la migration, les conditions de température et de pression deviennent favorables à la mise en place d'une fusion hydratée. Le courant dans le coin du manteau amincit la lithosphère sous l'arc volcanique et fait remonter le manteau asthénosphérique plus chaud vers la surface, permettant le déclenchement d'une proportion de fusion par décompression adiabatique. . . . .	2
I.1	Carte de localisation des principales zones de subduction à la surface de la Terre (traits rouges). . . . .	6
I.2	Représentation schématique d'une zone de subduction avec le développement d'un bassin arrière-arc et l'isolement d'un arc volcanique (modifié d'après Lallemand et al., 2004). Le coin du manteau est délimité par le toit du panneau plongeant et la base de la croûte chevauchante. Le coin asthénosphérique désigne uniquement le domaine du manteau asthénosphérique piégé entre la plaque subduite et la base de la lithosphère chevauchante. Ce schéma se place dans le cas d'une subduction océan-continent. Les calculs et les résultats qui suivent sont également applicables aux subductions océan-océan. . . . .	7
I.3	Profil thermique de la lithosphère sous l'Océan Pacifique (modifié d'après Ritzwoller et al., 2004). Les profils verts indiquent la profondeur des isothermes à 1200 et 1000°C, correspondant au modèle de refroidissement (équation I.1). Au delà de 70 Ma, la lithosphère thermique est plus fine que le modèle. Son épaisseur se stabilise autour de 100 km (Stein et Stein, 1996). . . . .	9
I.4	Carte des âges des fonds océaniques, d'après la grille numérique de Müller et al. (2008). La position des zones de subduction actuelles est surlignée en mauve. . . . .	10
I.5	Image tomographique de la zone de subduction au NE du Japon (d'après Zhao et al., 1997 modifié par Stern, 2002). La plaque subduite est identifiée par des anomalies de vitesse positives. Les cercles blancs indiquent la position des hypocentres des séismes qui délimitent notamment le plan Wadatti-Benioff. . . . .	11
I.6	Répartitions statistiques des pendages (a) superficiels et (b) profonds (réalisés d'après les données de Heuret, 2005). . . . .	12

I.7	Mouvements absolus de la plaque supérieure et de la plaque subduite (d'après Heuret, 2005). Le signe indique le mouvement de la plaque par rapport à la fosse. Un signe négatif indique que la plaque s'éloigne de la fosse et un signe positif indique un mouvement vers la fosse. Le mouvement de la plaque supérieure est anti-corrélé avec le mouvement de la plaque subduite pour un coefficient de corrélation de $R=-0,78$ . La plaque subduite a un mouvement qui est presque exclusivement dirigé vers la fosse, tandis que la plaque supérieure a un mouvement moyen nul dans un domaine de variation de $\pm 10$ cm/an. Le taux de convergence global des plaques est reporté dans le graphique du bas. Le taux de convergence moyen est de 5 cm/an. Il atteint 12 cm/an dans la zone de subduction des Mariannes. . . . .	13
I.8	Coupe schématique au travers de la zone de subduction des Cascades (Hyndman et al., 2005). Les mesures de flux de chaleur indiquent la présence d'un manteau chevauchant chaud sous et en arrière de l'arc volcanique. Les auteurs proposent que l'amincissement de la lithosphère chevauchante et la remontée de l'isotherme $1300^{\circ}\text{C}$ à des profondeurs de 60 km soient la conséquence du développement d'une convection secondaire dans le coin du manteau. . . . .	15
I.9	Carte de répartition de la profondeur du Moho (modifié d'après Mooney et al., 1998). Les lignes bleues indiquent la position des principales zones de subduction. L'épaisseur de la croûte varie de 6 à 7 km sous les océans et peut atteindre 70 km sous l'Himalaya et la Cordillère des Andes. . . . .	17
I.10	Diagramme de phase et teneur en eau d'un MORB (d'après Hacker et al., 2003). SB1 : Schiste Bleu à lawsonite ; PA : Prehnite-Actinolite ; PP : Prehnite-Pumpellyite ; SBe : Schiste Bleu à épidote ; SBje : Schiste Bleu à jadéite et épidote ; Ea : Éclogite à amphibole ; Aeg : Amphibolite à épidote et grenat ; Ae : Amphibolite à épidote ; Ag : Amphibolite à grenat. Les teneurs en eau respectives de chacun des faciès sont présentées dans la table I.1. . . . .	19
I.11	Diagramme de phase et teneur en eau d'une Lherzolite (modifié d'après Hacker et al., 2003). Les positions des solidus sont issues du modèle de fusion anhydre et hydratée de Katz et al. (2003). Wsc : Wherlite à serpentine et chlorite ; Dcst : Dunite à serpentine, chlorite et trémolite. Les faciès DEF, U, et K ont des compositions intermédiaires. Les teneurs en eau respectives de chacun des faciès sont présentées dans la table I.1. . . . .	22
I.12	Diagramme de phase d'une lherzolite (Schmidt et Poli, 1998). . . . .	23
I.13	Solubilité de l'eau en fonction de la pression pour le grenat, l'olivine, l'orthopyroxène et le clinopyroxène. Evolution de la solubilité de l'eau pour une péridotite d'après Arcay et al. (2005). . . . .	25
I.14	Diagramme de phase d'une lherzolite (Hacker et al., 2003). Trois faciès de lherzolite composent le domaine en contact avec la zone de fusion partielle : Lherzolite à grenat, Lherzolite à spinelle et Lherzolite à plagioclase (a). L'eau peut être captée par ces trois derniers faciès sous une forme dissoute qui augmente avec la pression (Arcay, 2005). . . . .	26

II.1	Approximation du périmètre d'un cercle par une série d'éléments linéaires (a). Plus le nombre d'éléments est grand, plus l'approximation du périmètre se rapproche de la solution exacte (b). Exemple de maillage du domaine $\Omega$ par des éléments triangulaires (E). La limite extérieure du maillage est notée $\Gamma$ . . . . .	30
II.2	Éléments finis de type triangulaire (gauche) et quadrangulaire (droite) et les noeuds associés, dans un espace à deux dimensions. Pour une fonction d'interpolation discontinue, l'élément fini prend une seule valeur égale à la moyenne des valeurs aux sommets. Dans le cas d'une interpolation linéaire, les noeuds correspondent aux sommets de l'élément. Pour une interpolation quadratique, des noeuds supplémentaires sont ajoutés au centre de chaque arête. . . . .	31
II.3	Principe du calcul des points intermédiaires à partir des fonctions de Lagrange (à droite) et des valeurs aux noeuds (à gauche) pour différentes fonctions d'interpolation. $f(n_i^k)$ est la valeur exacte calculée à l'aide de l'équation différentielle. $\phi_i$ est la fonction de Lagrange au noeud $i$ . $f_h$ est la valeur approchée d'un point intermédiaire de coordonnées $(x, y)$ . . . . .	32
II.4	a) Exemple d'interpolation pour la fonction $\cos(\pi x)$ en fonction du degré d'interpolation choisi. Les symboles représentent les noeuds utilisés pour chaque fonction. b) Erreur par rapport à la fonction initiale. Dans l'exemple, une interpolation quadratique reproduit très bien la fonction. . . . .	34
II.5	Rapport de viscosité $A_0/A_0^{dry}$ , pour différentes valeurs de $f_\nu$ (5, 10, 50 et 100), en fonction de la teneur en eau. Le paramètre $f_\nu$ représente le contraste maximum correspondant à des teneurs en eau supérieures à 0,42 wt%. Les teneurs en eau rencontrées dans le coin du manteau terrestre, à l'aplomb des zones de subduction, sont identifiées par les deux lignes pointillées. (modifié d'après Arcay et al., 2005) . . . . .	42



- II.6 Schéma de principe de fonctionnement de la méthode des traceurs. Une grille de cellules régulières est représentée par les lignes pointillées. Dans chacune des cellules, sept traceurs sont introduits. Une valeur est attribuée à chaque traceur pour identifier sa composition minéralogique (exemples : 1, croûte ; 2, manteau). Au début d'une simulation, les traceurs de la croûte océanique subductante sont saturés en eau (cellule n°1). Au cours du calcul, les traceurs se déplacent au sein de la grille en fonction du champ de vitesse (ligne grise). Le déplacement d'un traceur est obtenu en résolvant l'équation de transport (II.41) par une méthode de Runge Kutta à l'ordre 4 (flèche noire, cellule n°2). Le traceur est amené à changer de cellule et donc de conditions de pression et de température. Si, d'après le diagramme de phase correspondant à la composition du traceur, celui-ci se retrouve sur-saturé en eau, l'excédent est transmis à la cellule immédiatement supérieure et réparti de manière homogène parmi tous les traceurs de la cellule d'arrivée (cellule n°3). Si les traceurs de cette cellule sont déjà saturés en eau, l'eau en excès passe à la cellule supérieure jusqu'à ce qu'elle soit complètement captée par les minéraux (cellule n°4). Dans le cas où elle atteint la surface, l'eau en excès est retirée de la grille. Le calcul est réalisé pour chacun des traceurs et chaque cellule de la grille prend pour valeur la moyenne de tous les traceurs présents. Ces valeurs de teneur en eau sont transmises à un maillage dont les noeuds correspondent au centre de chacune des cellules (voir la figure II.7). . . . . 43
- II.7 Exemple de superposition d'un maillage triangulaire (lignes pointillées) et d'un maillage quadrangulaire (lignes pleines). Le maillage triangulaire est obtenu par une méthode de triangulation de type Voronoï/Delaunay (Hecht et al., 2008). Les équations de la mécanique des fluides sont résolues sur ce type de maillage par la méthode des éléments finis (lignes pointillées). Le maillage quadrangulaire symbolise la grille de traceurs avec au centre le noeud où sont calculés la teneur en eau moyenne,  $X_{H_2O}$ , et ultérieurement le taux de fusion partielle,  $F$ . Le passage d'une grille à l'autre est rendu possible par les capacités d'interpolation du logiciel *FreeFEM++*. La température,  $T$ , la pression,  $P$ , et la viscosité,  $\mu$ , aux noeuds de la grille de traceurs (carrés noirs) sont obtenues par interpolation des valeurs calculées aux noeuds du maillage en éléments finis (cercles noirs). 45
- II.8 Fraction modale dans le résidu de fusion en fonction du taux de fusion partielle pour des péridotites à spinelle. Mesures expérimentales réalisées à une pression de 2 GPa (d'après Niu, 1997). La fraction modale de clinopyroxène et d'orthopyroxène décroît progressivement au profit de la phase olivine. Le premier minéral à disparaître, autour de 28% de fusion partielle, est le clinopyroxène. Au delà de cette valeur, la réaction de fusion ne consomme que de l'orthopyroxène. . . . . 46
- II.9 Courbes de fusion anhydre d'un système péridotitique à différentes pressions pour une fraction massique de clinopyroxène de 17% (cf. Equations (II.43) et (II.48)). À 2 GPa, le changement de réaction se produit aux alentours de 26% de fusion partielle, ce qui correspond à 2% près aux données expérimentales de Niu (1997) pour la disparition du clinopyroxène (Figure II.8) . . . . . 48

II.10	Teneur en eau à saturation dans la phase solide (a) et dans la phase liquide pour un coefficient de partage de 0,01 (b). La courbe bleue est la teneur en eau dissoute dans notre modèle et la courbe rouge est la teneur en eau déduite du modèle de Katz et al. (2003). . . . .	51
II.11	Variation du coefficient de partage de l'eau dans une péridotite en fonction de la pression dans notre étude. Celui-ci est comparé au coefficient de partage déterminé par (Hirth et Kohlstedt, 1996) pour différentes teneur en eau globale. . . . .	52
II.12	Taux de fusion partielle maximal (a) et teneur en eau à saturation dans la phase liquide, $X_{H_2O}^{sat}$ (b). À partir de ces deux modèles, il est possible de remonter à la teneur en eau maximale que peut accepter la péridotite dans le domaine de fusion partielle (équation II.58) . . . . .	53
II.13	Teneur en eau maximale que peut accepter la lherzolite pour les différents faciès, d'après Hacker et al. (2003), et pour le domaine de fusion partielle d'après Katz et al. (2003) et Arcay et al. (2007). . . . .	54
II.14	Tableau des valeurs de la fusion partielle qui est fonction de la température, de la pression et de la teneur en eau (a). Le calcul de la fusion partielle est réalisé pour toutes les combinaisons (T,P, $X_{H_2O}$ ) du tableau. Pour être intégré à notre modèle, nous divisons ce tableau en trois dimensions (a) en une série de tableaux en deux dimensions (b) pour différentes teneurs en eau. . . . .	55
II.15	Schéma de fonctionnement du modèle numérique. Le bloc Rhéologie permet de calculer la viscosité dans le coin du manteau en fonction ou non de la teneur en eau initiale. Le calcul des équations de Stokes et de la viscosité est réalisé jusqu'à ce qu'il converge vers une solution stable avant de passer à la résolution de l'équation de conservation de l'énergie. Cette partie du modèle est réalisée sur le maillage en éléments finis. L'advection des traceurs, les transferts d'eau et le calcul de la fusion partielle sont réalisés sur la grille des traceurs. À la fin de ce cycle, le code passe à l'itération suivante. Une sauvegarde est réalisée régulièrement jusqu'à la fin du calcul. La colonne de gauche indique les paramètres qui sont nécessaires d'introduire pour calculer le/les paramètres de sortie dans la colonne de droite avec T : température, $u_x$ et $u_y$ le champ de vitesse, P la pression, $X_{H_2O}^{bulk}$ la teneur en eau dans les traceurs, C, la composition minéralogique, F le taux de fusion partielle, $\mu_{eff}$ la viscosité effective. . . . .	57
III.1	a) Maillage utilisé pour le test de convection pure d'une perturbation thermique. La résolution du maillage est imposée par le nombre d'éléments triangulaires sur chaque face de la boîte, ici à $n_{\Delta} = 30$ (soit 2120 éléments triangulaires). b) Champs de température et de vitesse initiaux. La vitesse de rotation du fluide est égale à $0,6667 \text{ rad.Ma}^{-1}$ , ce qui correspond à une vitesse de déplacement de $100 \text{ mm.an}^{-1}$ pour le centre de la perturbation. . . . .	60
III.2	a) Position de la perturbation thermique après une révolution. De petites erreurs sont apparues sur les bords de la boîte. b) Position de la perturbation thermique après 1,4 révolutions. Les erreurs se sont propagées à l'ensemble de la boîte et viennent modifier la perturbation thermique. . . . .	61

III.3	a) Profil initial de la perturbation (ligne pointillée) et après une révolution (ligne pleine) sans correction de la diffusion thermique. Les deux profils sont réalisés en passant par le maximum. b) Histogramme de la répartition des erreurs sur l'ensemble de la boîte. La majorité des erreurs est supérieure à 100 °C. L'erreur maximale sur l'ensemble du domaine est de 1423,8 °C pour un écart type de 227,3 °C. . . . .	62
III.4	Position et forme de la perturbation thermique après une révolution a) et après 10 révolutions b). Les anomalies observées dans la figure III.2 ont disparu. Après 10 révolutions autour de l'axe central, la forme et la position de la perturbation sont bien conservées. Il n'y a pas de différence visible à l'oeil nu. . . . .	62
III.5	a) Profil initial de la perturbation (ligne pointillée) et après dix révolutions (ligne pleine) avec correction de la diffusion thermique. Les deux profils sont réalisés en passant par le maximum de la perturbation. b) Histogramme de la répartition des erreurs sur l'ensemble de la boîte. La majorité des erreurs est centrée autour de 0. L'erreur maximale est de 23,4 °C pour un écart type de 2,5 °C. . . . .	63
III.6	Évolution de l'erreur maximale sur l'ensemble de la boîte en fonction du nombre de révolutions. Pour une résolution du maillage supérieure à 40 éléments par bord, l'erreur est inférieure à 10 °C après 10 révolutions (94,2 Ma). . . . .	64
III.7	Modèle pour un fluide incompressible pressé entre deux plaques. Seule la partie du fluide est modélisée, les plaques ne sont pas représentées dans le maillage. La pression initiale est exercée aux limites et symbolisée par une vitesse verticale non nulle. Cette pression est homogène sur toute la longueur des plaques (flèches noires). Le fluide est donc expulsé latéralement (flèches blanches). Nous utilisons un maillage de 20 par 60 éléments, ce qui correspond à un nombre de 2 570 éléments triangulaires. . . . .	65
III.8	Profils des trois grandeurs a) vitesse horizontale, b) vitesse verticale, c) pression et d) gradient horizontal de pression. Plusieurs valeurs de $\gamma$ sont testées ainsi que la méthode des gradients conjugués d'Uzawa. . . . .	66
III.9	Les figures a) b) et c) représentent la solution analytique pour les 3 composantes calculées par l'équation de Stokes : les vitesses horizontale et verticale et la pression. Les traits noirs indiquent la position des profils dans la figure (III.8). Les figures d), e), f) et g), h), i) représentent respectivement la répartition des erreurs sur les 3 composantes pour la méthode de pénalisation avec un gamma de $10^8$ et par la méthode d'Uzawa. L'erreur se répartit essentiellement sur les bords de la boîte. Les profils de la figure III.8 réalisés le long des traits noirs et représentent la variabilité des résultats pour différentes valeurs de $\gamma$ . Pour des valeurs de $\gamma$ inférieures à $10^4$ , l'écart par rapport au profil analytique est important. Au delà, la variabilité est faible, voire nulle. . . . .	67
III.10	Champ de température sans dimension pour deux simulations avec deux régimes distincts. a) Régime sans couvercle pour $Ra_0 = 10^5$ et $\xi = 40$ . La convection a lieu dans la totalité de la boîte. b) Régime de couvercle pour $Ra_0 = 10^3$ et $\xi = 20$ . La convection a lieu sous une couche conductrice épaisse. . . . .	69

III.11	Résultats des modèles de convection à viscosité variable pour un nombre de Rayleigh supérieur à $10^4$ (a et b) et inférieur à $10^3$ (c et d). Les traits pleins sont les estimations théoriques d'après Grasset et Parmentier (1998). Les points sont les valeurs obtenues par notre modèle. Les diagrammes <i>b</i> et <i>d</i> représentent les déviations de notre modèle par rapport aux solutions théoriques. . . . .	70
III.12	Caractéristiques géométriques du modèle. La vitesse est imposée dans la plaque plongeante. Une solution dynamique est déterminée dans le coin du manteau en fonction du cas étudié. . . . .	72
III.13	Résultats pour les Cas 1a et 1c. Ils sont présentés en fonction des trois paramètres déterminés pour la description des modèles : $T_{wedge}$ est la température moyenne dans le coin du manteau ; $T_{slab}$ la température moyenne le long de la plaque plongeante ; $T_{11,11}$ la température proche de l'extrémité du coin. . . . .	76
III.14	Modèles thermiques pour les cas 2a et 2b. L'image (a) est une vision globale pour le cas 2a. (b) est un zoom près de l'extrémité du coin pour le cas 2a. (c) est un zoom près de l'extrémité du coin pour le cas 2b. . . . .	77
III.15	Résultats pour les Cas 2a et 2b. . . . .	78
III.16	Schéma de principe du modèle de transfert d'eau. Une grille de cellules régulières est définie, délimitant deux zones : une première zone avec une composition de croûte océanique de type MORB et une zone de composition mantellique de type lherzolite (Figure III.17). Les traceurs sont répartis uniformément dans toutes les cellules et sont soumis à un champ de vitesse (flèches noires). Les conditions de pression et de température sont fixées suivant le profil sus-jacent. Les traceurs ont la possibilité de sortir de la boîte par le bord droit. Un approvisionnement en traceurs est effectué par le bord gauche en maintenant à chaque itération de temps un nombre constant de traceurs dans les premières cellules (zone hachurée). Au début du calcul, tous les traceurs sont "secs" et seuls les nouveaux traceurs de la croûte océanique seront hydratés jusqu'à saturation. . . . .	80
III.17	Diagrammes de phase pour un MORB (a) et pour une lherzolite (b) d'après Hacker et al. (2003). Les traits blancs épais indiquent les transitions de phase. Les traits blancs en pointillés sont les différenciations entre deux assemblages minéralogiques, mais dont la teneur en eau ne varie pas. Le trait en tirets noirs est le chemin pression-température suivi pour le test. Les abréviations pour les assemblages minéralogiques et les teneurs en eau correspondantes sont reportées dans le tableau (I.1). . . . .	81

III.18	Résultats obtenus pour 7 traceurs par cellule avec différentes résolutions de cellule. a) Simulation avec 20 000 cellules, soit une hauteur de 1 km pour une cellule. b) Simulation avec 5 000 cellules, soit une hauteur de 2 km pour une cellule. c) Simulation avec 200 cellules soit une hauteur de 10 km pour une cellule. Les transitions de phase théoriques sont représentées par les lignes pointillées verticales respectivement pour la croûte océanique et le manteau (Figure III.17). $h_{eau}$ est la hauteur de la colonne d'eau en un point donné et $d_{max}$ est la distance maximale à partir de laquelle le manteau est entièrement déshydraté. Les abréviations des assemblages minéralogiques sont définies dans le tableau (I.1). . . . .	82
III.19	a) Erreur moyenne en fonction du nombre de traceurs et de la taille des cellules. La ligne pointillée indique une erreur inférieure à 5%. b) Nombre de cellules vides pour les différentes configurations. Au delà de la ligne pointillée, il n'y a plus de cellules vides. Le carré noir donne la résolution et le nombre de traceurs par cellules qui seront utilisés dans les modèles de subduction . . . . .	84
IV.1	Caractéristiques géométriques et conditions aux limites du maillage pour un modèle avec une épaisseur de croûte chevauchante de 30 km et un pendage de $45^\circ$ . Le modèle est divisé en 3 domaines distincts : 1- la croûte subduite, 2- la croûte chevauchante et 3- le manteau. La vitesse de convergence des plaques est imposée sur le domaine 1 jusqu'à une profondeur de 100 km. Les vitesses dans le domaine 2 sont nulles. Les deux bords latéraux du modèle ont des conditions limites de type bords libres. Une ouverture est pratiquée sur le bord droit pour faire pénétrer la lithosphère. Le bord inférieur est ouvert pour permettre d'évacuer la plaque subduite et éviter que celle-ci ne s'accumule à la base du modèle. L'encart représente la résolution du maillage utilisé pour ce modèle. Le nombre d'éléments triangulaires est de 13 200 pour 6400 noeuds. La hauteur d'un élément varie de 0,5 km proche de l'extrémité du coin du manteau à environ 30 km sur les bords du modèle. . . . .	88
IV.2	Modèle thermique de départ. Il correspond à un modèle de convection stationnaire obtenu dans les mêmes conditions que le modèle de subduction mais sans mouvement des plaques en surface. La boîte est chauffée par une source radioactive interne de $9,2 \cdot 10^8 \text{ W/m}^{-3}$ . Le refroidissement est assuré par une température nulle en surface. . . . .	89
IV.3	Influence des passages des panaches froides dans la zone du coin du manteau sur la fusion partielle pour une simulation avec $h_c = 30 \text{ km}$ , $v_c = 5 \text{ cm/an}$ et $\alpha_s = 45^\circ$ . Un premier panache froid a atteint le coin du manteau (cercle noir). Un second se forme à 250 km de la fosse. Ils pénètrent régulièrement dans le coin du manteau avec une périodicité de 4-5 Ma. Les courbes blanches sont des isothermes tous les $200^\circ\text{C}$ et la ligne pointillée marque l'isotherme à $1300^\circ\text{C}$ . . . . .	90

IV.4	Influence des passages des panaches froids dans la zone du coin du manteau sur la fusion partielle pour une simulation avec $h_c = 30$ km, $v_c = 5$ cm/an et $\alpha_s = 45^\circ$ . a) Répartition de la fusion partielle avant le passage d'un panache froid 74 Ma après le début de la subduction (cercle noir de la figure IV.6). b) Répartition de la fusion partielle pendant le passage d'un panache froid 77 Ma après le début de la subduction (carré noir de la figure IV.6). La position du maximum de fusion est localisée par une étoile. . . . .	91
IV.5	Détermination de la profondeur maximale de déshydratation de la croûte plongeante pour déterminer la zone du coin du manteau qui sera hydratée. a) Diagramme de phase d'un MORB (Hacker et al., 2003) et les profils pression-température le long de la plaque plongeante. b) Teneur en eau (wt%) du modèle ( $h_c = 30$ km, $v_c = 5$ cm/an et $\alpha_s = 45^\circ$ ) 100 Ma après le début de la subduction. La profondeur maximale de déshydratation de la croûte (ici 104 km) détermine la zone d'hydratation du coin du manteau avec une teneur en eau de 0,5 wt%. La limite noire représente l'étendue maximale de fusion partielle. Celle-ci est principalement localisée dans la partie hydratée du coin du manteau. Une petite zone de fusion partielle anhydre (hachures) apparaît en dehors de la zone hydratée. L'étoile noire localise le maximum de fusion. . . . .	92
IV.6	Variations au cours du temps des mesures du (a) volume de magma produit (b) du taux de fusion partielle maximum et moyen ; et de (c) l'extension de la zone de fusion partielle. Les valeurs se stabilisent autour d'une valeur moyenne après un temps écoulé depuis le démarrage de la subduction (ligne pointillée verticale). La valeur moyenne et son intervalle de variation (zone grisée) sont calculés après stabilisation. . . . .	93
IV.7	Répartition de la zone de fusion partielle pour différentes profondeurs du Moho 100 Ma après le début de la subduction : a) 10 km, b) 30 km et c) 50 km. Le taux de convergence et le pendage sont fixés respectivement à 5 cm/an et $45^\circ$ . Les isothermes sont représentés par des courbes tous les 200 °C plus un isotherme à 1300 °C en pointillés blancs. La position de la croûte chevauchante et de la croûte subduite sont représentées par des zones grisées. La zone délimitée par la ligne noire indique un taux de fusion partielle supérieur à 1%. La position de l'étoile noire indique la position du maximum de fusion partielle. . . . .	95
IV.8	Variation du taux de fusion partielle maximal (a), du taux de fusion partielle moyen (b), du volume de magma produit (c) et de l'extension de la fusion partielle (d) en fonction de la profondeur du Moho. Chaque point correspond à une valeur moyenne obtenue après stabilisation du modèle avec une fois son écart-type. Les lignes pointillées correspondent à la surface du manteau hydraté. . . . .	96
IV.9	Séparation de la fusion en présence d'eau et de la fusion anhydre. Répartition de la fusion partielle pour le modèle $h_c = 30$ km (a). Variation de chacun des deux types de fusion en fonction de l'épaisseur du Moho. . . . .	97

IV.10 Répartition de la zone de fusion partielle pour différents taux de convergence 100 Ma après le début de la subduction : a) 2 cm/an, b) 5 cm/an et c) 8 cm/an. L'épaisseur de la croûte chevauchante et le pendage sont fixés respectivement à 30 km et 45°. Les isothermes sont représentés par les lignes courbes tous les 200°C plus l'isotherme à 1300°C par une ligne pointillée blanche. La position de la croûte chevauchante et de la croûte subduite sont représentées par des zones grisées. L'aire délimitée par la ligne noire marque un taux de fusion partielle supérieur à 1%. La position de l'étoile noire indique la position du maximum de fusion partielle. . . . .	99
IV.11 a) Profil pression-température suivi par le toit de la croûte plongeante dans le diagramme de phase d'un MORB (Hacker et al., 2003) pour différents taux de convergence. b) Variation de la profondeur de déshydratation de la croûte océanique en fonction du taux de convergence. . . . .	100
IV.12 Variations du taux de fusion partielle maximal (a), du taux de fusion partielle moyen (b), du volume de magma produit (c) et de l'extension de la zone de fusion partielle (c) en fonction du taux de convergence. Les lignes pointillées représentent le pourcentage de la superficie de la zone hydratée. . . . .	101
IV.13 Répartition de la zone de fusion partielle pour différents pendage 100 Ma après le début de la subduction : a) 35°, b) 45° et c) 75°. L'épaisseur de la croûte chevauchante et le taux de convergence sont fixés respectivement à 30 km et 5 cm/an. Les isothermes sont représentés par des courbes tous les 200 °C plus un isotherme à 1300 °C par pointillés blancs. La position de la croûte chevauchante et de la croûte subduite sont représentés par des zones grisées. L'aire délimitée par la ligne noire marque un taux de fusion partielle supérieur à 1%. La position de l'étoile noire indique la position du maximum de fusion partielle. . . . .	103
IV.14 Variations du taux de fusion partielle maximal (a), du taux de fusion partielle moyen (b), du volume de magma produit (c) et de l'extension de la zone de fusion partielle (c) en fonction du pendage de la subduction $\alpha_s$ . Les lignes pointillées représentent le pourcentage de la superficie de la zone hydratée. . . . .	104
IV.15 Structure thermique d'un zone de subduction pour $h_c = 30$ km, $v_c = 5$ cm/an et $\alpha_s = 75^\circ$ . L'accentuation du pendage déclenche un phénomène d'érosion de la lithosphère chevauchante lié au passage répété des cellules de convections secondaires dans le coin du manteau. Les lignes blanches marquent la position des isothermes tous les 200° C et la ligne en pointillés celle à 1350° C. La ligne noire représente l'étendue de la zone de fusion partielle. . . . .	105
IV.16 Tableau récapitulatif des résultats du modèle sans transferts d'eau. L'évolution des paramètres est croissante de gauche à droite. Le coefficient de corrélation linéaire $R$ est calculé pour chacune des grandeurs mesurées : $F_{max}$ , le taux de fusion maximum ; $F_{moyen}$ , le taux de fusion moyen et $V_{tot}$ le taux de production magmatique total. . . . .	106



V.1	Représentation schématique du modèle et des conditions aux limites. La vitesse est imposée dans la croûte de la plaque plongeante. La croûte chevauchante est supposée fixe. Les deux bords latéraux de la boîte sont des bords libres. Le bord inférieur est laissé ouvert pour permettre le recyclage de la plaque plongeante et éviter l'accumulation de matériel froid en base de boîte. Le refroidissement du modèle s'effectue par le sommet de la boîte. Le chauffage est assuré par un chauffage interne d'une part et un chauffage par le bas d'autre part. La zone d'étude représente la zone que nous voulons investiguer pour les transferts d'eau et la fusion partielle. Dans ce modèle, nous utilisons une méthode de traceurs pour modéliser les transferts d'eau. La grille de traceurs est localisée autour de la zone d'étude. . . . .	108
V.2	Grille de cellules modélisant les transferts d'eau grâce à la méthode des traceurs. Les limites des domaines du maillage en éléments finis sont représentées en surimposition. Chaque cellule mesure 2 km par 2 km. Elle est remplie par des traceurs répartis aléatoirement, ce qui compose une grille de 31 250 cellules pour 218 750 traceurs. Une zone de 50 km de largeur est définie comme une zone d'approvisionnement (cellules vertes). Tous les 500 000 ans, le nombre de traceurs dans chacune des cellules de la zone d'approvisionnement est testé. Si ce nombre est inférieur à 7, alors les cellules sont réapprovisionnées jusqu'à cette valeur. Les flèches en pointillées présentent le trajet schématique suivi par une particule dans le modèle. Nous pouvons ainsi identifier des zones d'extraction et d'accumulation de traceurs. . . . .	111
V.3	Estimation du nombre de traceurs par cellule. a) Grille de traceurs. Légende en bleu pour la totalité de la grille, en rouge pour le domaine du coin du manteau dans la zone d'étude. b) Répartition moyenne du nombre de traceurs par cellule après 100 Ma. . . .	112
V.4	Évolution du nombre de cellules vides dans le modèle de référence (a) et du nombre moyen de traceurs par cellule (b). La courbe en bleu représente une mesure réalisée sur l'ensemble de la grille de traceurs et la courbe rouge uniquement dans la région du coin du manteau (voir Figure V.3). . . . .	113
V.5	Teneur en eau 10 Ma d'années après le début de la subduction. Les limites en pointillés indiquent la position des transitions de phase. Entre 7 et 15 km de profondeur, la croûte libère une partie de son eau qui est absorbée par la plaque chevauchante. A partir de 34 km de profondeur, la plaque commence à se déshydrater et à hydrater le coin du manteau (flèches noires). Le front d'hydratation (ligne grise) s'épaissit au fur et à mesure que la plaque descend. . . . .	116



- V.6 Diagramme de phase et teneur en eau maximale d'un MORB d'après Hacker et al. (2003). L'échelle de couleur est bornée à 6 wt% d'eau pour correspondre à l'échelle de la figure (V.5). Le profil pression-température de la base et du sommet de la croûte sont représentés pour un modèle âgé de 10 Ma. Les lignes blanches indiquent les transitions de phase entre les différents faciès minéralogiques. La teneur en eau des faciès croisés par la croûte océanique est indiquée entre parenthèses. Les points rouges soulignent les libérations d'eau par les traceurs. Les flèches noires modélisent la migration de l'eau depuis la profondeur de déshydratation dans la croûte jusqu'à la surface du slab. Elle est ensuite extraite de la croûte et transmise au manteau sus-jacent. La croûte océanique se déshydrate progressivement entre 1,5 et 4 GPa. Z : Zéolite ; PA : Phénite-Actinolite ; SBl : Schiste bleu à lawsonite ; SBlj : Schiste bleu à lawsonite et jadéite ; SBe : Schiste bleu à épidote ; Eal : Eclogite à lawsonite et amphibole ; Eaz : Eclogite à amphibole et zoïsité ; Ea : Eclogite à amphibole ; E : Eclogite ; Ez : Eclogite à zoïsité ; G : Granulite ; SV : Schiste vert ; A : Amphibolite ; Ae : Amphibolite à épidote ; Aeg : Amphibolite à épidote et grenat ; Ag : amphibolite à grenat ; Gg : granulite à grenat. . . . . 117
- V.7 Teneur en eau relâchée par la plaque subduite au niveau de l'interface croûte-manteau. Au dessous de 2,5 GPa, l'eau est captée par les minéraux du manteau. Au delà de 2,5 GPa, la croûte libère un taux maximum de 7,5 wt% d'eau et déclenche la fusion partielle. 118
- V.8 Diagramme de phase et teneur en eau maximale d'une lherzolite d'après Hacker et al. (2003). Sont représentés les profils de pression et température à l'interface slab/manteau et le long du front d'hydratation pour un modèle de référence âgé de 10 Ma. Les flèches noires indiquent les transferts d'eau depuis la croûte océanique sous-jacente et les zones de déshydratation du manteau (points rouges). La migration s'opère verticalement et atteint une zone propice à la fusion partielle à partir de 2,4 GPa. S : Serpentine ; Wsc : Wherlite à serpentine et chlorite ; Dtsc : Dunite à trémolite, serpentine et chlorite ; Lc : Lherzolite à chlorite ; Lg : Lherzolite à grenat ; . . . . . 120
- V.9 Teneur en eau dans le modèle de référence, 10 Ma après le début de la subduction. Dans le domaine de la croûte océanique, la limite en pointillés indique la position de la transition de phase entre les faciès Eal et Ez-Ea-E dans la figure (V.6). Dans le domaine du manteau, la limite en pointillés indique la position de la transition de phase entre les faciès Lc et Lg dans la figure (V.8). L'intensité de débit d'eau est représenté par les flèches noires. À environ 87 km de la fosse, le débit d'eau devient maximal et permet le déclenchement de la fusion partielle à environ 75 km de profondeur. . . . . 121
- V.10 Teneur en eau perdue par la croûte (tirets serrés) et le manteau (tirets) en fonction de la distance à la fosse dans le modèle de référence. Entre 34 et 75 km, l'eau est évacuée avec un rythme régulier de  $7,5 \pm 0,5$  wt%. Elle est stockée dans le manteau à la surface du slab. Au delà de 75 km, le manteau et la croûte rejettent conjointement une grande quantité d'eau (12,3 wt%) et initient la fusion partielle qui se prolonge jusqu'à la déshydratation complète du manteau à 6 GPa. . . . . 122

V.11	Évolution au cours du temps du taux de production magmatique hydraté (a), anhydre (b) et total (c). La fusion hydratée se stabilise autour d'une valeur moyenne de $7,7 \pm \text{wt}\%$ . Le taux de fusion anhydre débute à partir de 28 Ma, dans le coin du manteau. Il augmente progressivement à cause de l'érosion lente de la lithosphère sous la croûte chevauchante. Dans ce cas, la fusion partielle totale est principalement fonction de la fusion anhydre (c). Le taux de production moyen par cellule est très stable autour de 0,2 % (d). . . . .	124
V.12	Champs de températures pour le modèle de référence à trois âges différents a) 69 Ma, b) 80 Ma et c) 100 Ma. La zone en mauve indique la position de la zone de fusion partielle. La fusion hydratée a lieu dans le plan parallèle à la plaque subduite et la fusion anhydre dans le reste coin du manteau. Au delà de 55 Ma, le taux de fusion partielle anhydre croît régulièrement avec le temps. Ceci est la conséquence de l'érosion de la lithosphère à environ 200 km de la fosse. L'isotherme à 1300 °C remonte régulièrement vers la surface, augmentant la fusion partielle par décompression. . . . .	125
V.13	Localisation des maxima de fusion partielle hydratée pour le modèle de référence. La fusion partielle a lieu sur un plan parallèle à la plaque plongeante, mais deux zones principales s'individualisent. La première située à $80 \pm 5$ km de la fosse et $70 \pm 6$ km de profondeur, et la seconde centrée autour de $97 \pm 5$ km de la fosse et $90 \pm 5$ km de profondeur. . . . .	126
V.14	Localisation des maxima de fusion partielle anhydre pour le modèle de référence. La fusion anhydre a lieu entre 40 et 70 km de profondeur et entre 60 et 110 km de la fosse. La zone principale de fusion est centrée dans le coin du manteau à $85 \pm 15$ km de la fosse et $70 \pm 20$ km de profondeur. . . . .	127
V.15	Représentation schématique de la localisation des zones de fusion partielle dans un modèle pour une croûte d'épaisseur de 30 km. Les deux zones zh1 et zh2 représentent la position des maxima de fusion partielle. La zone totale correspond à l'étendue maximale de fusion hydratée. Les symboles et les couleurs sont reportés dans la figure V.16. . . . .	129
V.16	Évolution du taux de production magmatique hydratée dans les deux zones de fusion maximale et dans tous le domaine de fusion hydratée. . . . .	130
V.17	Influence de l'épaisseur de croûte chevauchante sur la localisation des zones de fusion zh1 et zh2. Elles restent toutes les deux à une distance fixe de $80 \pm 5$ km et $105 \pm 5$ km de la fosse (a), et à une profondeur constante de $60 \pm 5$ km et $95 \pm 5$ km (b). . . . .	131
V.18	Profils de température à 80 km de la fosse, à la verticale de la zone de fusion zh2, pour différentes épaisseurs de croûte chevauchante. La température dans la zone de fusion augmente avec l'épaississement du Moho (+ 200°C à 70 km de profondeur). La température au sommet de la plaque subduite augmente peu. . . . .	131
V.19	Représentation schématique de la localisation des zones de fusion partielle anhydre dans un modèle pour une croûte d'épaisseur de 30 km. Les deux zones zh1 et zh2 représentent la position des maxima de fusion partielle. La zone totale représente l'étendue maximale de fusion anhydre. . . . .	132

V.20	Évolution du taux de production magmatique anhydre en fonction de l'épaisseur de la croûte chevauchante. Tous les modèles présentent le développement d'une érosion de la lithosphère à l'exception des modèles pour $h_c = 15$ et $h_c = 20$ km. L'épaississement de la croûte chevauchante entraîne une diminution de la production magmatique entre 25 et 45 km. . . . .	133
V.21	Champ de température pour un modèle de croûte chevauchante de 10 km, 95 Ma après le début de la subduction. L'érosion de la lithosphère entraîne une augmentation de la surface de la zone de fusion anhydre. . . . .	134
V.22	Champ de température pour un modèle de croûte chevauchante de 20 km, 100 Ma après le début de la subduction. Dans ce modèle, l'érosion de la lithosphère chevauchante ne s'est pas développé. La zone de fusion reste confinée dans le coin du manteau. . . . .	134
V.23	Évolution de la position des zones de fusion partielle anhydre en fonction de l'épaisseur de la croûte chevauchante. . . . .	135
V.24	Localisation des deux zones de fusion hydratée profonde (voir figure V.15). Pour des taux de convergence supérieurs à 6 cm/an, une troisième zone de fusion apparaît à l'extrémité du coin du manteau. Son taux de production magmatique croît avec le taux de convergence. . . . .	136
V.25	Évolution du taux de production magmatique hydraté dans les trois zones (h1-h3) et dans la totalité de la zone de fusion hydratée. . . . .	137
V.26	Localisation des maxima de fusion partielle hydratée en fonction de la distance à la fosse (a) et de la profondeur (b) et par rapport au taux de convergence . . . . .	138
V.27	Flux d'eau libéré par la croûte en fonction de la distance à la fosse. Plus le taux de convergence augmente, plus le flux relâché par la croûte augmente. De plus, le flux d'eau est libéré sur une plus grande largeur du manteau depuis la surface. . . . .	139
V.28	Évolution du taux de production magmatique en fonction du taux de convergence. Les simulations réalisées avec des taux de convergence de 5, 6 et 7 cm/an ont développé une érosion de la lithosphère chevauchante. Les autres simulations ne l'ont pas développé. De manière générale, le taux de production magmatique augmente avec l'accélération de la convergence des plaques. . . . .	140
V.29	Localisation des maxima de fusion partielle anhydre en fonction de la distance à la fosse (a) et de la profondeur (b) et par rapport au taux de convergence. . . . .	141
V.30	Profils de température à 90 km de la fosse pour des taux de convergence compris entre 2 et 10 cm/an. L'accélération de la convergence des plaques induit une augmentation de la température moyenne et maximale dans le coin du manteau, responsable de l'accroissement du taux de production magmatique anhydre. . . . .	142
V.31	Influence du pendage sur la localisation de la fusion partielle hydratée. . . . .	143
V.32	Évolution du taux de production magmatique hydraté en fonction de l'augmentation du pendage de la subduction. . . . .	144

V.33	Évolution de la position des maxima de fusion hydratée (a) par rapport à la fosse et (b) en profondeur. Pour des pendage supérieurs à 60° les deux zones de fusion zh1 et zh2 se confondent. De plus, elle passe brutalement de 70-95 km à 40 km de profondeur, pour le même angle limite. . . . .	145
V.34	Évolution du flux d'eau relâché par la plaque subduite en fonction du pendage. Plus le pendage augmente, plus le flux d'eau se concentre à proximité du sommet du manteau. De plus, lorsque le pendage augmente, le volume de croûte qui traverse une colonne du modèle augmente. . . . .	145
V.35	Évolution du taux de production magmatique hydraté en fonction de l'augmentation du pendage de la subduction. . . . .	146
V.36	Évolution de la position des maxima de fusion anhydre (a) par rapport à la fosse et (b) en profondeur. Au fur et à mesure que le pendage augmente, la position du maximum de fusion anhydre se rapproche de la fosse. Cependant, il ne varie pas beaucoup autour d'une profondeur moyenne de 60 km. . . . .	147
V.37	Schéma synthétique de l'évolution des zones de fusion partielle en fonction des variations des paramètres de la subduction. a) Un épaissement de la croûte chevauchante provoque la réduction de la zone de fusion anhydre mais n'influence pas la localisation de la fusion hydratée. b) Une accélération de la convergence des plaques provoque l'enfoncement des zones de fusion hydratée et la remontée de la zone de fusion anhydre. c) L'accentuation du pendage conduit au rapprochement des zones de fusion de la fosse et un élargissement de la zone de fusion anhydre. Les figurés rouges indiquent les résultats pour les valeurs minimales des paramètres. Les figurés bleus sont quant à eux caractéristiques des valeurs maximales des paramètres. . . . .	148
V.38	Tableau récapitulatif des variations de la production magmatique en fonction des différents paramètres de la subduction. $V_h$ : taux de production magmatique hydratée ; $V_{ah}$ : Taux de production magmatique anhydre et $V_{tot}$ : taux de production magmatique total. Les valeurs minimales et maximales de chacun des taux de production sont présentées en fonction de la croissance du paramètre. La cause de ces variations est indiquée dans le coin inférieur droit de la cellule ( $\nearrow T$ : augmentation de la température, $\nearrow P$ : augmentation de la pression, $\nearrow H_2O$ : augmentation du flux d'eau). Le coefficient de corrélation pour chacun des paramètres est présenté au dessous de chaque cellule avec le cas échéant une valeur entre parenthèses. Celle-ci indique la valeur du coefficient après avoir retiré certaines simulations. Dans le cas de l'épaisseur de croûte chevauchante, les simulations ne présentant pas d'érosion de la lithosphère ont été retirées. Dans le cas du taux de convergence, les simulations présentant une érosion ont été négligées. Dans le cas du pendage, les simulations avec des pendages les plus extrêmes sont retirées pour le calcul de la fusion hydratée. . . . .	151
VI.1	Comparaison avec les résultats et lois de paramétrisation proposées par Cagnioncle et al. (2007). . . . .	155

VI.2	Variations des taux de production volcanique pour différents volcans à la surface de la Terre (modifié d'après Zellmer et al., 2005). Les âges pré-éruptifs correspondent à l'intervalle de temps écoulé entre la production du magma et l'éruption volcanique. Les volcans correspondant aux zones de subduction (zones noires) sont : Fuego (Guatemala), St Vincent (Petites Antilles), Taupo (Nouvelle Zélande). Le taux de production magmatique varie de 100 à 15 000 km <sup>3</sup> /Ma dans les zones de subduction. La gamme de variation avec le modèle numérique sont symbolisé par des flèches rouges. . . . .	156
VI.3	a) Localisation schématique de la position de la fusion partielle hydratée et anhydre dans nos modèles numériques. b) Hypothèse de mélanges des magmas d'arc proposé par Turner et al. (2006) basée sur des déséquilibres d'éléments radioactifs. . . . .	159
VI.4	a) Modèle obtenu après 100 Ma pour une croûte chevauchante de 30 km, un taux de convergence de 5 cm/an et un pendage de 45°. La lithosphère est amincie sur 200 km de long. La zone de fusion anhydre s'étend entre 50 et 80 km de profondeur. L'isotherme à 1300°C remonte jusqu'à 50 km de profondeur et celui à 1350°C jusqu'à 60 km. b) Localisation des zones de fusion du manteau (cercle noir) et de cristallisation fractionnée (carré noir) sous l'arc des Cascades (modifié d'après Elkins Tanton et al., 2001). La zone de fusion anhydre est localisée juste au dessous de la croûte chevauchante. Les températures de fusion évoluent entre 1300 et 1450°C pour des profondeurs entre 36 et 56 km. . . . .	160

# Liste des tableaux

I.1	Tableau récapitulatif des différents faciès minéralogiques correspondant aux diagrammes de phase d'un MORB et d'une Lherzolite (Figures I.10 et I.11) (Hacker et al., 2003).	20
I.2	Proportion massique de minéraux présents dans les différents faciès de lherzolite d'après Hacker et al. (2003) et celle pour une lherzolite moyenne utilisée par Arcay (2005). Les teneurs en eau sont estimées pour chacune des compositions à 2, 4 et 8 GPa.	24
II.1	Résumé des valeurs des paramètres pour le calcul de la fusion partielle issues de Katz et al. (2003).	50
III.1	Tableau de données des simulations réalisées pour la rotation d'un pic avec les informations sur la précision du maillage.	64
III.2	Tableau de résultats pour des simulations avec 7 traceurs par cellule et différentes tailles de cellule. $h_{cell}$ est la hauteur d'une cellule, $h_{eau}$ est la hauteur de la colonne d'eau à une distance donnée, $d_{max}$ est la distance maximale à laquelle a lieu la déshydratation complète du manteau.	83
IV.1	Résumé des valeurs des paramètres intervenant dans le calcul du modèle thermomécanique et de la viscosité.	87
IV.2	Tableau récapitulatif des modèles réalisés pour différentes épaisseurs de croûte chevauchante, $h$ . $F_{max}$ est le taux de fusion maximum, $F_{moyen}$ est le taux de fusion moyen sur la surface de fusion partielle, $V_f$ est le volume moyen de magma produit, $S_f$ est l'extension de la zone de fusion partielle et $h_{dehy}$ est la profondeur maximale de déshydratation de la croûte.	94
IV.3	Tableau récapitulatif des modèles réalisés avec un taux de convergence, $v_{sub}$ allant de 2 à 9 cm/an. le pendage et l'épaisseur de la croûte chevauchante sont fixé respectivement à 45° et 30 km. Voir le tableau IV.2 pour la signification des autres variables (table IV.2)	98
IV.4	Tableau récapitulatif des modèles réalisés avec un pendage, $\alpha_s$ , entre 35 et 75°. Le taux de convergence et la profondeur du Moho sont fixés respectivement à 5 cm/an et 30 km. Voir le tableau (IV.2) pour la signification des autres variables.	102

V.1	Tableau récapitulatif du nombre moyen de traceurs par cellule, $n_{traceurs}$ , et du pourcentage de cellules vides maximal, $\tau_{vide}$ dans la totalité de la boîte ( $^{total}$ ) et dans le coin du manteau ( $^{coin}$ ) comme défini dans la figure V.3, pour tous les modèles réalisés. Les chiffres en gras indiquent les simulations dont le pourcentage de cellules vides est supérieur à 5%. . . . .	114
V.2	Tableau récapitulatif des paramètres utilisés pour les différents modèles et la gamme de variation utilisée pour le paramètre étudié. Le nombre entre parenthèses indique le pas d'échantillonnage. Deux modèles n'ont pas été réalisé pour $h_c = 35$ km et $\alpha_s = 45^\circ$ . . .	128
VI.1	Tableau présentant les différences et les similitudes entre cette étude et celle de Cagnioncle et al. (2007). . . . .	154

# Introduction

Les zones de subduction témoignent de l'intense activité qui règne au sein de notre planète. Elles font partie intégrante des mouvements de convection qui animent le manteau terrestre.

Les mécanismes de la subduction peuvent être connus grâce aux observations géophysiques (distribution de la sismicité, mécanismes au foyer, données géodésiques et gravimétriques), à l'analyse pétrographique et géochimique des roches des arcs volcaniques. Les modélisations numériques permettent de valider les hypothèses émises lors de l'interprétation de ces observations, d'évaluer les phénomènes thermomécaniques et géochimiques mis en jeu et d'identifier les paramètres qui les gouvernent ainsi que leurs interactions.

Un phénomène important concerne la teneur en eau de la plaque subduite, due à son séjour sub-océanique avant son entrée en subduction. L'eau s'introduit au sein des minéraux par le biais de réactions métamorphiques qui modifient la minéralogie et la composition des roches. Au moment de la subduction, l'augmentation des conditions de pression et de température entraîne la destabilisation des minéraux hydratés et libère l'eau dans une zone du manteau piégée entre la plaque subduite et la plaque chevauchante (coin asthénosphérique). Les modèles pétro-géochimiques indiquent que la présence d'eau fait diminuer les températures (à pression constante) et augmenter les pressions de fusion (à température constante) des roches du manteau. Un magma est donc généré dans les domaines les plus chauds du coin asthénosphérique. Le liquide silicaté ainsi produit migre vers la surface et génère l'arc volcanique. Un deuxième mécanisme de fusion partielle provient de la remontée du manteau asthénosphérique dans le coin du manteau sous une forme fondue par décompression adiabatique (Figure 1).

Si ce modèle est bien accepté, les processus de migration des fluides et de fusion sont méconnus. Quelle est la répartition de la fusion partielle dans le coin du manteau ? Quelle est son extension ? Quelles sont les proportions de fusion anhydre et de fusion hydratée ? Quels sont les mécanismes qui contrôlent la fusion partielle ?



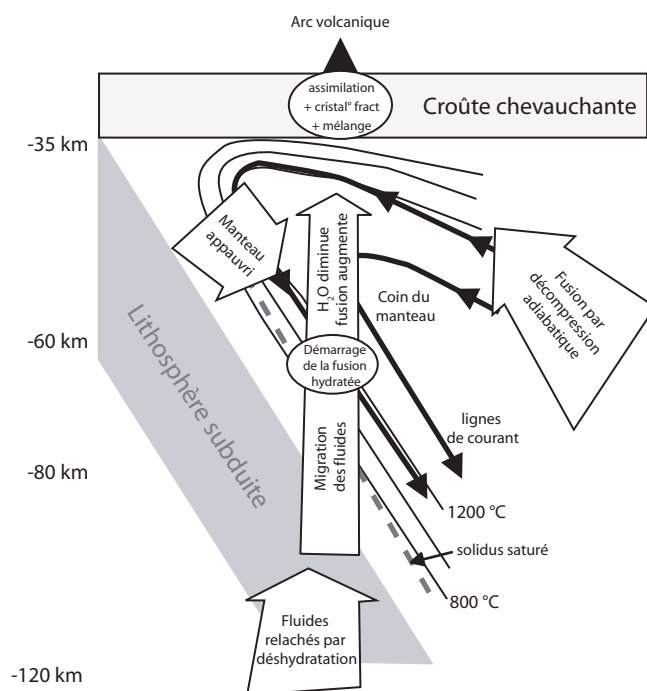


FIG. 1 – Coupe schématisée à travers une zone de subduction, illustrant les processus de transferts de fluides et de fusion partielle dans le coin du manteau (modifié d'après Gaetani et Grove, 2003). L'eau est relâchée par la plaque subduite et vient hydrater le manteau sus-jacent. Au cours de la migration, les conditions de température et de pression deviennent favorables à la mise en place d'une fusion hydratée. Le courant dans le coin du manteau amincit la lithosphère sous l'arc volcanique et fait remonter le manteau asthénosphérique plus chaud vers la surface, permettant le déclenchement d'une proportion de fusion par décompression adiabatique.

Plank et Langmuir (1988) et plus récemment Mantle et Collins (2008) proposent un contrôle de la fusion partielle par l'épaisseur de la croûte chevauchante. D'autres auteurs mettent en relation une variation des données géochimiques dans l'arc des Aléoutiennes avec une variation des taux de convergence des plaques (Kelemen et al., 2003b).

Pour étudier l'influence des paramètres de la subduction sur les processus de transfert de fluides et de la fusion partielle, il est nécessaire d'intégrer de manière dynamique les transferts des fluides depuis la plaque subduite à travers le coin asthénosphérique. L'objectif de ce travail est de mettre au point un nouveau modèle numérique des zones de subduction qui puisse contrôler différents paramètres de subduction et être utilisé dans le futur pour comprendre les similitudes et les différences entre les zones de subduction observables à l'échelle globale, dans une analyse jointe des données géophysiques et géochimiques.

Avant de présenter le modèle numérique qui a été développé, différents concepts généraux sur les zones de subduction sont rappelés. Ainsi, le premier chapitre de ce manuscrit sera consacré à la description des zones de subduction et des paramètres qui peuvent jouer un rôle sur la fusion partielle. La seconde partie est consacrée au modèle numérique et au développement mathématique que nous avons utilisé. Le modèle a été développé en éléments finis à l'aide d'un logiciel de résolution des équations aux dérivées partielles, *FreeFEM++*. Avant d'être appliqué à l'étude des zones de subduction, le modèle est validé par une série de tests et comparé à des modèles préexistants. Il est alors appliqué à une étude systématique de l'influence de trois paramètres de la subduction (l'épaisseur de la croûte chevauchante, le taux de convergence des plaques et le pendage) sur la fusion partielle et la production magmatique.

Dans un premier temps, le modèle thermomécanique est résolu seul avec une rhéologie non-newtonienne. Une teneur en eau est attribuée arbitrairement dans le coin asthénosphérique. Le calcul de la fusion partielle s'effectue a posteriori.

Dans un second temps, les mécanismes de transfert d'eau entre la plaque subduite et le manteau sont ajoutés au modèle. Le calcul de la fusion partielle est alors synchronisé avec le modèle thermomécanique. Il prend en compte les effets du partitionnement de l'eau entre la phase magmatique et le résidu solide. Ceci permet d'identifier deux zones de fusion partielle : l'une hydratée et l'autre anhydre plus superficielle.

Les hypothèses réalisées dans ce travail sont enfin discutées dans un dernier chapitre avec les perspectives à venir sur le développement du modèle, notamment sur la prise en compte de la migration du magma.



# Chapitre I

## La dynamique des zones de subduction

Les zones de subduction sont des zones de convergence des plaques lithosphériques. Ce terme est apparu pour la première fois au début des années 50 (Amstutz, 1951) et défini littéralement par *qui est tiré dessous*. On dénombre environ 67 000 km de zones de subduction à la surface de la Terre, réparties principalement autour de l'océan Pacifique (Lallemand et al., 1999) (Figure I.1).

Dans ce chapitre, nous présentons les ensembles qui composent une zone de subduction : la plaque subduite, le coin du manteau et la plaque chevauchante. Nous nous attachons plus particulièrement à présenter trois paramètres géométriques retenus pour leur influence potentielle sur la fusion partielle : le taux de convergence des plaques, le pendage et l'épaisseur de la croûte chevauchante. Leur gamme de variation est évaluée à partir des observations de subductions naturelles.

Dans une seconde partie de ce chapitre, nous présentons le rôle de l'eau et du métamorphisme dans les zones de subduction. L'eau piégée dans les roches et les minéraux est entraînée en profondeur par le biais de la plaque subduite. Elle est responsable de la fusion partielle dans le coin du manteau. Afin de l'intégrer à notre modèle, nous nous intéressons à la capacité des roches du manteau et de la croûte océanique à stocker l'eau. Pour ce faire, nous présentons quelques diagrammes de phase pour deux compositions : MORB et Lherzolite.

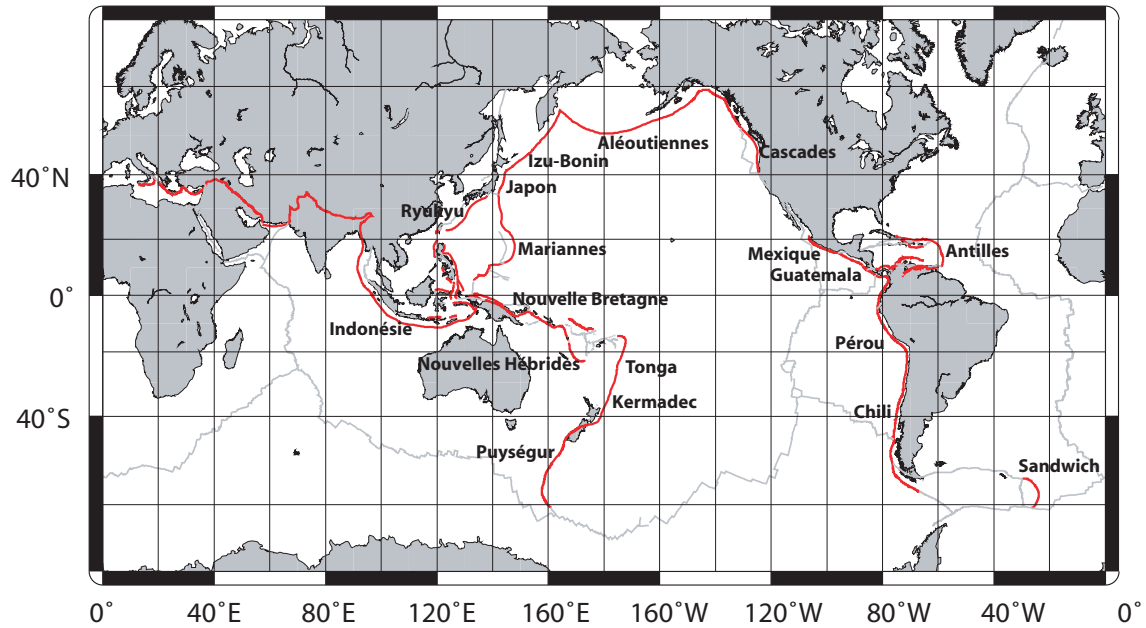


FIG. I.1 – Carte de localisation des principales zones de subduction à la surface de la Terre (traits rouges).

## I.1 Les domaines lithosphériques et asthénosphériques en interaction

La Figure I.2 schématise le cadre de l'étude bidimensionnelle traitée dans ce travail. L'origine de la subduction est confondue avec la position de la fosse. Son extension latérale peut inclure différents processus. L'arc volcanique est la conséquence de la déshydratation de la plaque plongeante et de la migration des fluides au travers du coin du manteau. Il est possible d'inclure dans le mécanisme de la subduction le phénomène de l'ouverture des bassins arrière-arcs. Le mouvement de la plaque induit une force de succion sur la plaque supérieure et provoque une extension de la zone en arrière de l'arc volcanique pouvant aboutir à l'ouverture d'un bassin océanique (p.e. le bassin de Lau en arrière de l'archipel des Tongas). Des interactions entre les courants mantelliques liés à l'ouverture du bassin arrière-arc sont donc envisageables (p.e. Conder et al., 2002), mais ne sont pas pris en compte dans le cadre de cette étude. Cette étude se limite à l'analyse des transferts de fluides dans le domaine du coin du manteau au sens strict.

La zone de subduction, au sens où elle sera utilisée dans ce manuscrit, est subdivisée en trois ensembles que sont la plaque subduite, la plaque supérieure ou chevauchante et le coin du manteau. Le terme de coin du manteau désigne généralement le manteau piégé entre la base de la plaque chevauchante et le toit de la plaque subduite. Il est étendu

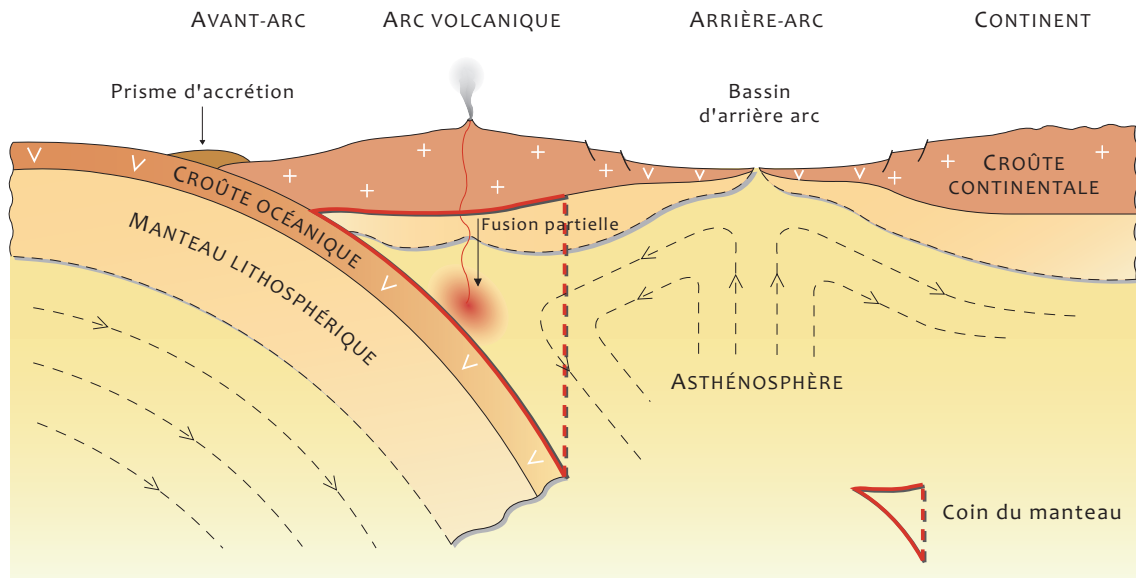


FIG. I.2 – Représentation schématique d’une zone de subduction avec le développement d’un bassin arrière-arc et l’isolement d’un arc volcanique (modifié d’après Lallemand et al., 2004). Le coin du manteau est délimité par le toit du panneau plongeant et la base de la croûte chevauchante. Le coin asthénosphérique désigne uniquement le domaine du manteau asthénosphérique piégé entre la plaque subduite et la base de la lithosphère chevauchante. Ce schéma se place dans le cas d’une subduction océan-continent. Les calculs et les résultats qui suivent sont également applicables aux subductions océan-océan.

jusqu’à la base de la croûte chevauchante et inclut ainsi le manteau lithosphérique (Figure I.2). Le terme de coin asthénosphérique désigne quant à lui la partie du coin du manteau qui est formée par le manteau asthénosphérique.

### I.1.1 La plaque subduite

Environ 85 % des zones de subduction sont des subductions océaniques (Lallemand et al., 2004), auxquelles est associé un volcanisme d’arc. Le type de subduction est déterminé en fonction de la nature de la plaque subduite. Dans le cas présent, le terme de subduction océanique décrit une plaque lithosphérique océanique plongeant sous une autre plaque océanique (p.e. la subduction des Tonga - Kermadec) ou continentale (p.e. la subduction du Chili ou des Cascades). Avant d’entrer dans la subduction, cette plaque a suivi une histoire et des processus importants pour comprendre le mécanisme de transfert des fluides.

### Composition de la lithosphère

Avant d'arriver dans la zone de subduction, la plaque subduite a subi des modifications minéralogiques. Dès sa création, la lithosphère est altérée par la circulation des fluides hydrothermaux. La réaction entre ces fluides et les roches encaissantes entraîne la formation de minéraux de basse pression et de basse température correspondant au faciès métamorphique des schistes verts (prehnite, amphibole, chlorite, ...), susceptibles d'emmagasiner de l'eau au sein de leur structure cristalline. Ainsi, la partie supérieure de la croûte, constituée essentiellement de basaltes, contiendrait environ 2% d'eau en masse (wt%) et moins de 1% dans la croûte inférieure gabbroïque (Peacock, 1990). Les basaltes peuvent même accepter des teneurs en de 5 à 6 wt% (Schmidt et Poli, 1998; Hacker et al., 2003).

Dans le cas de rides d'expansion lente ou ultralente, la présence de péridotite affleurante entraîne l'apparition de serpentine qui peut accepter de grandes quantités d'eau, de l'ordre de 10 à 15%. Une fois que la plaque s'est refroidie et écartée de l'axe de la dorsale, les échanges entre la plaque subduite et l'océan sont assez minimes jusqu'à l'arrivée au niveau de la zone de subduction. Le ploiement de la plaque océanique est accommodé par de grandes failles qui autorisent la circulation de l'eau en profondeur. Ces failles d'extrados peuvent atteindre des profondeurs de 20 km. Elles permettent une infiltration d'eau non seulement dans la partie crustale mais également dans la partie supérieure du manteau lithosphérique (Christensen et Ruff, 1988; Hasegawa et Zhao, 1994).

Les sédiments déposés sur le plancher océanique contribuent également à la présence d'eau dans les zones de subduction. Cependant, bien qu'une grande quantité d'eau peut être stockée dans ces sédiments, seule une partie d'entre eux est entraînée en profondeur. Par ailleurs, les quantités d'eau emmagasinées dans les sédiments sont négligeables devant celles stockées dans l'ensemble de la croûte (Schmidt et Poli, 1998). Pour une croûte basaltique qui peut accepter 5-6 wt% d'eau, une couche de sédiments contribue à hauteur de 0,05-0,1 wt% dans le budget d'eau total (Schmidt et Poli, 1998).

### Épaisseur de la lithosphère

Depuis son origine la lithosphère océanique, au niveau des dorsales, se refroidit et s'épaissit peu à peu. Ce refroidissement a lieu par diffusion thermique, accompagné d'une subsidence des fonds océaniques et d'une contraction générant une augmentation de la masse volumique. L'épaisseur de la lithosphère varie en fonction du critère que l'on utilise. En effet, la *lithosphère thermique* est définie par l'épaisseur dans laquelle le transfert de la chaleur s'effectue uniquement par conduction, à la différence du reste du manteau où la chaleur est véhiculée par convection. La base d'une *lithosphère mécanique* est quant à elle définie par la profondeur maximale jusqu'à laquelle les roches du manteau se comportent de façon élastique. Le refroidissement d'une plaque lithosphérique par con-

duction conduit à la relation suivante entre son épaisseur et son âge (Turcotte et Schubert, 1982) :

$$h_{lt} = 2\sqrt{\kappa t_l} \quad (\text{I.1})$$

où  $\kappa$  est la diffusivité thermique ( $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) et  $t_l$  est l'âge de la lithosphère en seconde. La limite entre le manteau lithosphérique et le manteau asthénosphérique correspond à la profondeur de l'isotherme à  $1200^\circ\text{C}$ . La lithosphère mécanique est environ deux fois moins épaisse que la lithosphère thermique. Sa limite inférieure se situe au niveau de l'isotherme à  $550\text{-}600^\circ\text{C}$  (Heuret, 2005).

Les mesures de flux de chaleur et d'épaisseur de la lithosphère valident ces modèles pour des plaques âgées de moins de 70-80 Ma (Figure I.3). Au delà de cet âge, les épaisseurs de lithosphère tendent vers des valeurs asymptotiques (Stein et Stein, 1992), en contradiction avec le modèle théorique. Cette observation peut être interprétée comme l'héritage d'un temps où le manteau était plus chaud (Humler et al., 1999) et aurait généré une lithosphère plus fine. Les modèles numériques de convection ont également mis en évidence la possibilité d'un amincissement de la lithosphère lié à la mise en place de cellules de convection à petite échelle à sa base ce qui tendrait à la niveller (p.e. Dumoulin et al., 2001).

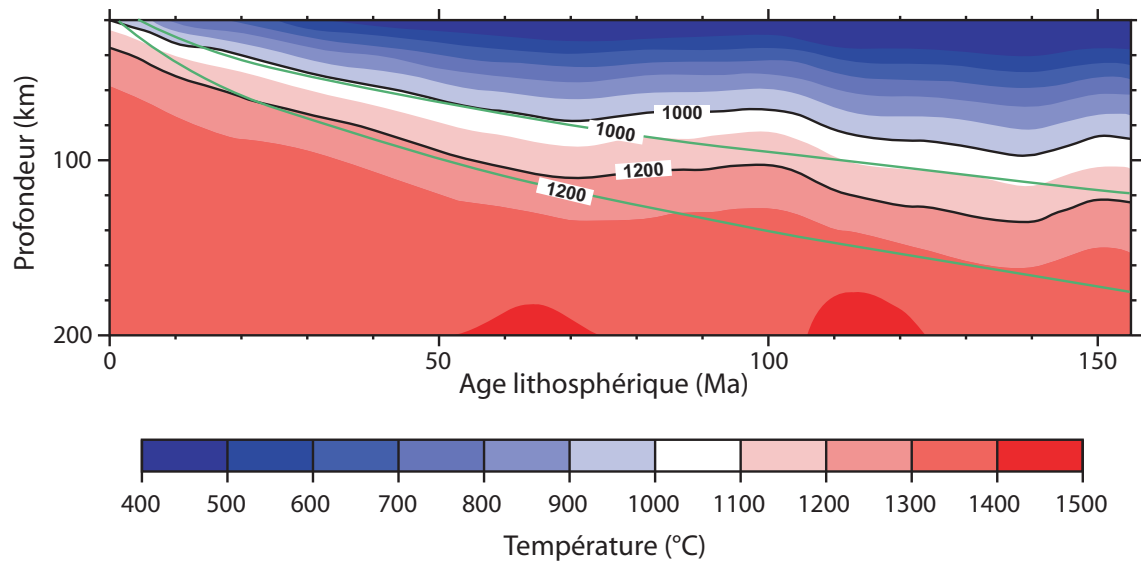


FIG. I.3 — Profil thermique de la lithosphère sous l'Océan Pacifique (modifié d'après Ritzwoller et al., 2004). Les profils verts indiquent la profondeur des isothermes à  $1200^\circ\text{C}$  et  $1000^\circ\text{C}$ , correspondant au modèle de refroidissement (équation I.1). Au delà de 70 Ma, la lithosphère thermique est plus fine que le modèle. Son épaisseur se stabilise autour de 100 km (Stein et Stein, 1996).



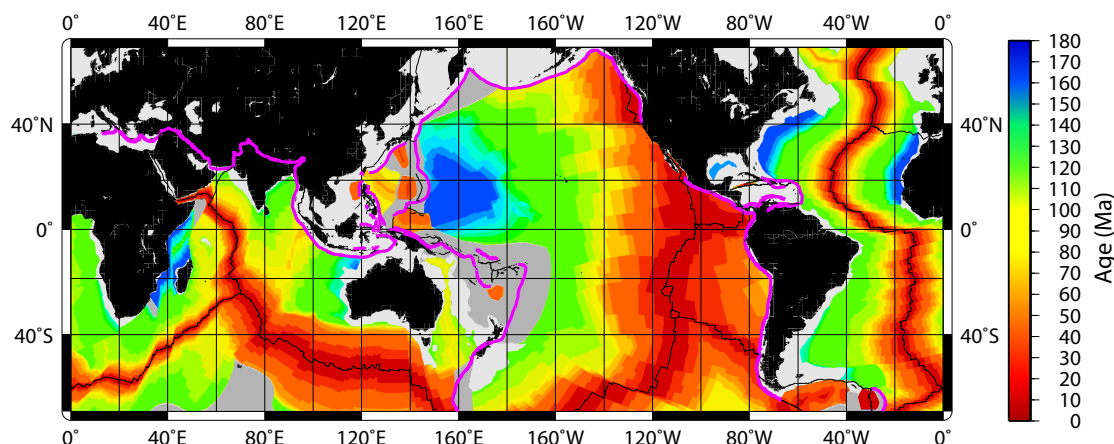


FIG. I.4 – Carte des âges des fonds océaniques, d'après la grille numérique de Müller et al. (2008). La position des zones de subduction actuelles est surlignée en mauve.

En théorie, la lithosphère acquiert un coefficient de *flottabilité* négatif par rapport au manteau asthénosphérique sous-jacent après 30 Ma (Davies et Stevenson, 1992; Cloos, 1993), du fait de son épaissement induit par son refroidissement. D'autre part, le plancher océanique peut atteindre la fosse avec des délais plus ou moins grands et donc des épaisseurs, des températures et des densités variables. Par exemple, au niveau du point triple du Chili, la dorsale océanique est directement en contact avec la subduction tandis qu'au niveau de la subduction du Japon, l'âge de la lithosphère océanique est de 180 Ma (Figure I.4).

Dans notre modèle, l'influence de l'épaisseur de la lithosphère n'est pas prise en compte comme paramètre. Le modèle thermique de départ est associé à un modèle de convection stationnaire qui génère une lithosphère d'épaisseur moyenne de 100 km. Celle-ci est obtenue en accord avec l'épaisseur moyenne d'une lithosphère avant son entrée en subduction. Les autres paramètres géométriques dépendant de la plaque subduite sont pris en compte, comme le pendage.

### Pendage et géométrie de la plaque plongeante

La géophysique et plus précisément la sismique permettent d'obtenir une image assez précise de la position et de l'évolution de la plaque subduite dans le manteau. Depuis le début des années 1990, la tomographie permet d'avoir une vision globale des zones de subduction et une image de la plaque subduite au delà de la limite de sismicité (Figure I.5).

Le pendage des plaques plongeantes évolue au fur et à mesure de leur enfoncement dans le manteau. La courbure augmente lentement à partir de la fosse, puis plus rapide-

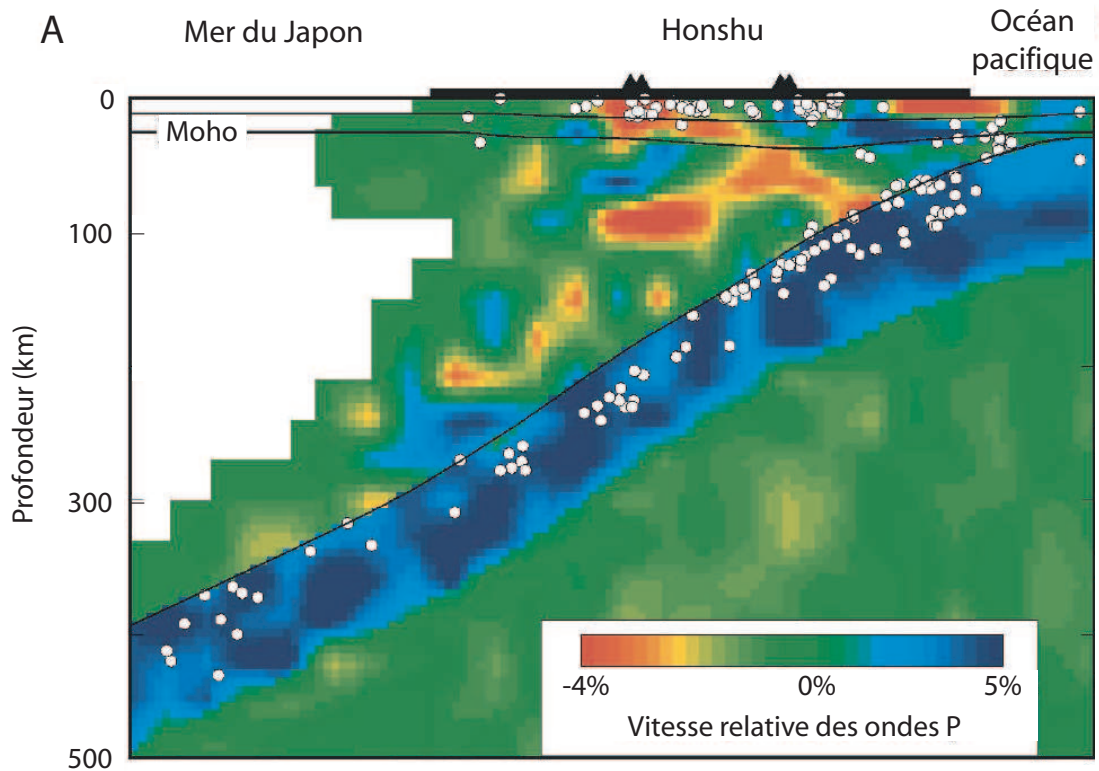


FIG. I.5 – Image tomographique de la zone de subduction au NE du Japon (d'après Zhao et al., 1997 modifié par Stern, 2002). La plaque subduite est identifiée par des anomalies de vitesse positives. Les cercles blancs indiquent la position des hypocentres des séismes qui délimitent notamment le plan Wadatti-Benioff.

ment jusqu'à des profondeurs de 80-130 km (Heuret, 2005). La pente est ensuite à peu près constante jusqu'à ce que la plaque subduite atteigne le manteau inférieur (Furlong et al., 1982). En première approximation, deux angles de subduction peuvent être définis. Le premier correspond à un pendage superficiel entre 0 et 100-150 km de profondeur et le second au delà de 150 km de profondeur. La première mesure du pendage est difficile à réaliser du fait du changement rapide du pendage de la subduction dans les premiers kilomètres.

Les valeurs de pendage des subductions actuelles sont très variables (Figure I.6). Les pendages superficiels évoluent entre des subductions dites plates, par exemple sous le Pérou, de l'ordre de  $10^\circ$  à  $12^\circ$ , jusqu'à des pendages maximum de  $50^\circ$  à  $60^\circ$  sous l'arc des îles Sandwich. Au delà de 150 km de profondeur, les pendages varient de  $35^\circ$  sous le Chili à des subductions quasi-verticales comme sous les Mariannes et les îles Sandwich ( $86^\circ$ ). Cette valeur est en moyenne de  $70^\circ \pm 10^\circ$  sous les plaques océaniques contre  $52-53^\circ \pm 12^\circ$

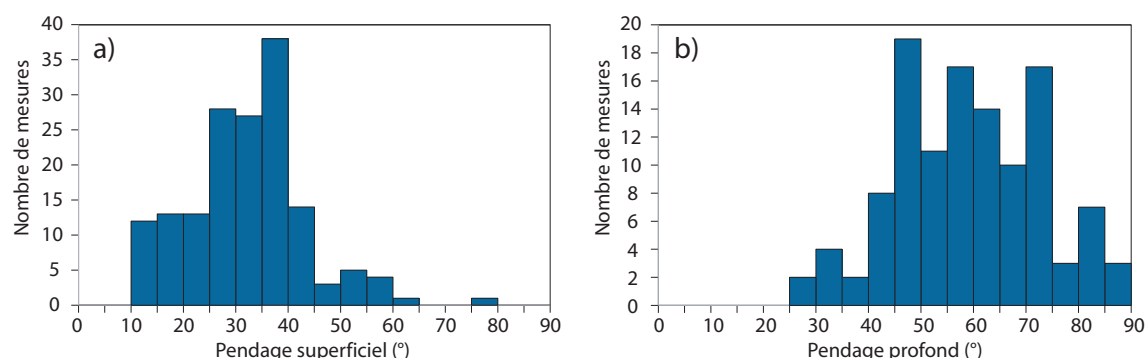


FIG. I.6 – Répartitions statistiques des pendages (a) superficiels et (b) profonds (réalisés d'après les données de Heuret, 2005).

sous les plaques continentales (Heuret, 2005). Le pendage superficiel moyen est quant à lui de  $42,5^\circ \pm 9,5^\circ$  sous les plaques océaniques contre  $27,5^\circ \pm 8,5^\circ$  sous les plaques continentales (Heuret, 2005). Le pendage sous les continents est globalement plus faible que sous les océans. La distribution statistique du pendage des zones de subduction indique un pic du pendage à  $35^\circ$  pour le pendage superficiel contre  $75^\circ$  pour le pendage profond, avec une moyenne autour de  $32^\circ \pm 11^\circ$  pour le pendage superficiel et  $58^\circ \pm 14^\circ$  pour le pendage profond. Les subductions plates sont difficiles à mettre en évidence en raison des séismes intra-plaques intervenant dans la plaque supérieure. Ainsi, Muñoz (2005) montre que les séismes qui soulignent les subductions plates d'Amérique du Sud ne sont pas associés au plan de Benioff mais qu'ils affecteraient plutôt le manteau.

Les pendages des subductions sont donc très variables et les causes exactes de ces variations sont encore mal connues. De fait, les modélisations numériques de la subduction qui laissent libre l'évolution du pendage lors du calcul aboutissent généralement à des pendages d'équilibre de l'ordre de  $30^\circ$ , quelques soient les paramètres d'entrée du modèle. Afin de s'affranchir de cette difficulté, le pendage initial de la subduction sera imposé jusqu'à une profondeur de 100 km dans tous les modèles qui seront présentés.

### Convergence des plaques et vitesses de subduction

Le taux de convergence entre deux plaques est fonction des vitesses absolues respectives des deux plaques en interaction. L'analyse de ce mouvement est rendu plus complexe du fait du mouvement relatif de l'arc qui peut être modifié par l'ouverture des bassins arrière-arcs. De plus, la convergence entre les deux plaques peut être oblique. Comme les modèles qui seront présentés ici sont bi-dimensionnels, les taux de convergence correspondront uniquement à la composante perpendiculaire de la convergence.

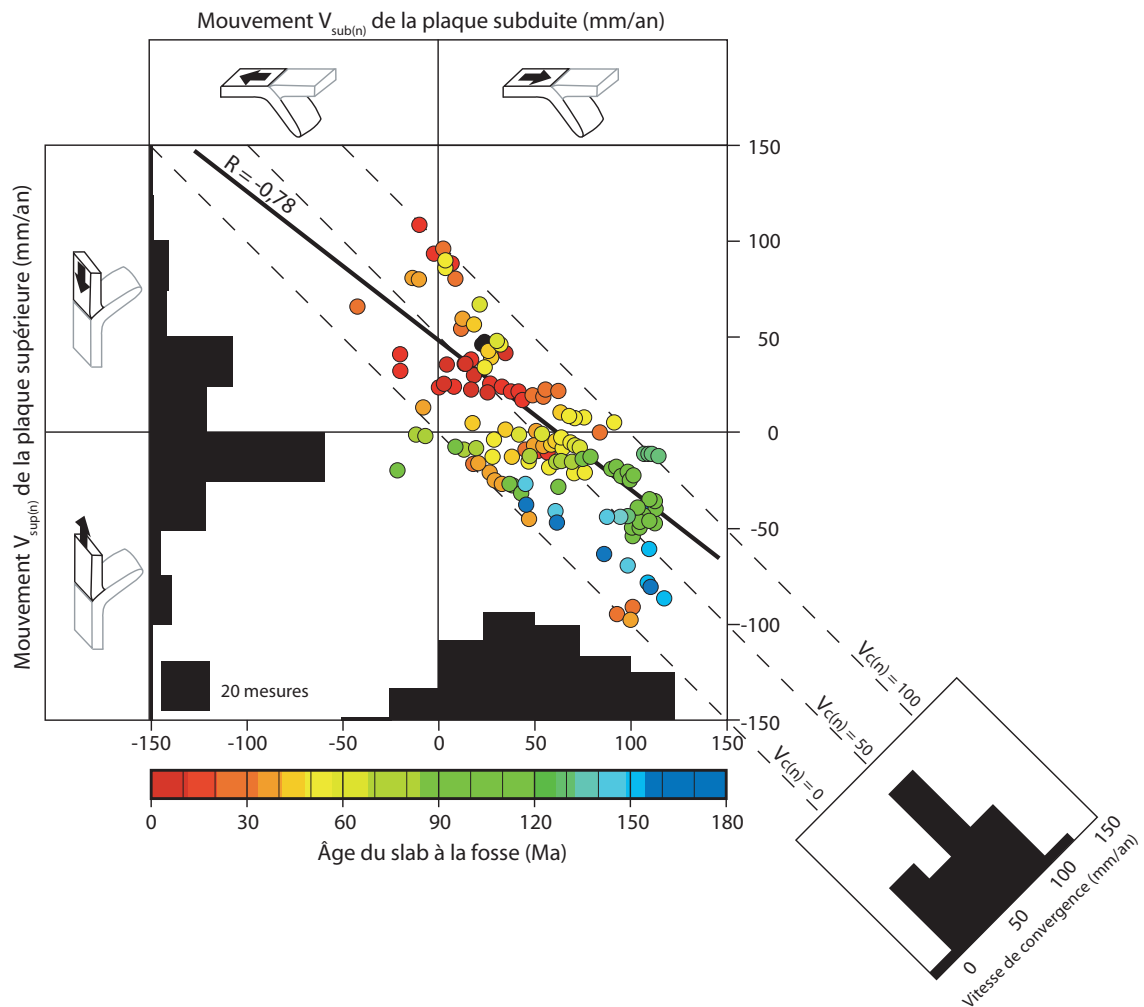


FIG. I.7 – Mouvements absolus de la plaque supérieure et de la plaque subduite (d'après Heuret, 2005). Le signe indique le mouvement de la plaque par rapport à la fosse. Un signe négatif indique que la plaque s'éloigne de la fosse et un signe positif indique un mouvement vers la fosse. Le mouvement de la plaque supérieure est anti-corrélé avec le mouvement de la plaque subduite pour un coefficient de corrélation de  $R = -0,78$ . La plaque subduite a un mouvement qui est presque exclusivement dirigé vers la fosse, tandis que la plaque supérieure a un mouvement moyen nul dans un domaine de variation de  $\pm 10$  cm/an. Le taux de convergence global des plaques est reporté dans le graphique du bas. Le taux de convergence moyen est de 5 cm/an. Il atteint 12 cm/an dans la zone de subduction des Mariannes.

La figure (I.7) présente la répartition du mouvement de la plaque en fonction du mouvement de la plaque supérieure. Le graphique montre que le mouvement de la plaque supérieure présente un pic principal autour de 25 mm/an avec un intervalle de variation jusqu'à 100 mm/an. La vitesse absolue de la plaque subduite est majoritairement orientée vers la zone de subduction avec une moyenne autour de 40 mm/an. La combinaison de

ces deux vitesses permet de remonter au taux de convergence des plaques et donc à la vitesse de subduction qui nous intéresse. L'évolution des plaques montre un pic autour de  $50 \pm 28$  mm/an avec un intervalle de variation pouvant aller de quelques millimètres par an à environ 120 mm/an dans la subduction des Mariannes.

### **I.1.2 Le coin du manteau**

Le coin du manteau est la région située entre la base de la croûte chevauchante et le sommet de la plaque subduite. Il joue un rôle important dans les zones de subduction puisqu'il est le lien entre la déshydratation de la plaque plongeante et le volcanisme en surface.

#### **Composition du coin du manteau**

Une plaque lithosphérique est généralement bien stratifiée avec en surface une croûte (océanique ou continentale) surmontant le manteau lithosphérique. Le tout repose sur le manteau asthénosphérique. L'asthénosphère a une composition de lherzolite qui permet la fusion partielle par décompression lors de la remontée à l'axe d'une dorsale. Le produit de cette fusion donne naissance à la croûte océanique. Le résidu solide forme quant à lui le manteau lithosphérique qui a une composition d'harzburgite plus réfractaire à la fusion.

Dans le coin du manteau, la partie lithosphérique peut se rapprocher de cette composition d'harzburgite. Celle-ci est en effet issue à un moment donné d'une dorsale. Cependant, l'asthénosphère remonte sous l'arc volcanique grâce au flux généré par la plaque plongeante. La source du magmatisme dans les zones de subduction a donc pour composition d'origine une lherzolite fertile. Pour simplifier le modèle, le manteau a donc une composition de lherzolite.

#### **Observations géophysiques et état thermique du coin du manteau**

La structure et la dynamique du coin du manteau sont étroitement liées à sa structure thermique. Une image instantanée de la structure des zones de subduction est obtenue par tomographie sismique. Sous la plupart des arcs volcaniques, la structure thermique du coin du manteau présente une zone de vitesses sismiques anormalement faibles par rapport au reste du manteau (Figure I.5). Les anomalies de vitesses sismiques négatives sont en générales corrélées à des zones de fortes atténuations sismiques. Elles sont souvent interprétées comme la présence d'un manteau chaud et très déformable (Stern, 2002). Un milieu à faible viscosité peut également être lié à la présence de fluides et de magma générés par la déshydratation de la plaque plongeante (Kelemen et al., 2003a; Currie et al., 2004; Hyndman et al., 2005). Certains auteurs proposent qu'un processus convectif

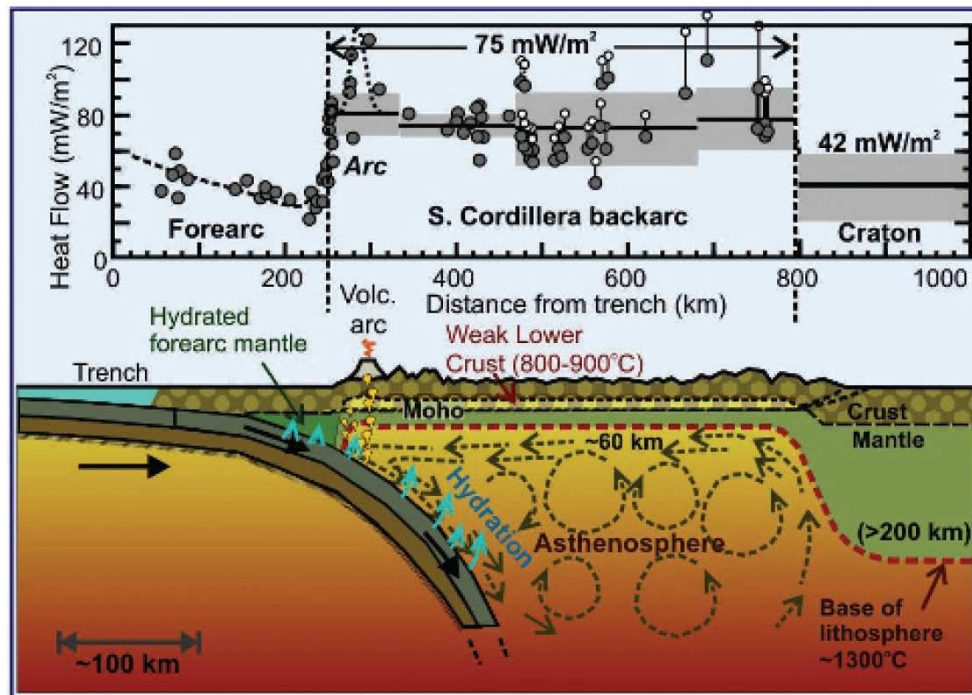


FIG. I.8 – Coupe schématique au travers de la zone de subduction des Cascades (Hyndman et al., 2005). Les mesures de flux de chaleur indiquent la présence d'un manteau chevauchant chaud sous et en arrière de l'arc volcanique. Les auteurs proposent que l'amincissement de la lithosphère chevauchante et la remontée de l'isotherme 1300°C à des profondeurs de 60 km soient la conséquence du développement d'une convection secondaire dans le coin du manteau.

supplémentaire se superpose à la convection forcée de la subduction (Currie et al., 2004) pour expliquer le manteau chaud (Figure I.8).

### Apport de la modélisation

La réduction d'un facteur 10 à 100 de la viscosité dans le coin du manteau permet de modifier fondamentalement sa dynamique (Billen et Gurnis, 2001).

Les premiers modèles numériques des zones de subduction utilisaient des rhéologies iso-visqueuses. C'est à dire qu'il n'y avait pas de variations latérales de viscosité. Les modèles thermiques qui en découlent montrent un coin du manteau relativement froid avec des flux parallèles aux plaques (p.e. Davies et Stevenson, 1992; Iwamori, 1998). L'inconvénient de ces modèles est qu'ils entraînent une grande partie de la plaque supérieure dans la subduction et qu'il faut imposer une zone de fracture en profondeur pour individualiser la plaque supérieure de la plaque subduite.



Des modèles plus récents font intervenir une rhéologie dépendante de la température (p.e. Eberle et al., 2002). La plaque subduite induit un courant dans le coin du manteau qui draine le manteau asthénosphérique vers la surface et contribue à amincir la lithosphère sous l'arc volcanique. Cette méthodologie permet de faire augmenter la température et de favoriser le développement de la fusion partielle.

Les modèles les plus récents emploient des rhéologies dépendantes de la température et du taux de déformation (p.e. van Keken et al., 2002). Ceux-ci permettent d'accroître encore la température dans le coin du manteau et de déclencher la fusion partielle anhydre par décompression adiabatique (p.e. Cagnioncle et al., 2007).

La viscosité dans le coin du manteau dépend également de la présence de fluides hydratés et magmatiques (Hirth et Kohlstedt, 1996; Korenaga et Karato, 2008). Arcay et al. (2005) ont mis en évidence l'influence de l'eau sur la dynamique dans le coin du manteau. Pour des contrastes de viscosités élevés, une convection secondaire se développe et amincit la lithosphère sur une large surface. La géométrie de ces structures thermiques se rapproche alors de celle observée grâce aux données de tomographie sismique comme par exemple celles de Zhao et al. (1997, 1992) (Figure I.5). Cependant, l'eau est en partie consommée dans les processus de fusion partielle et dissoute dans les magmas. Elle ne peut donc pas être seule responsable de la diminution de viscosité dans le coin du manteau. Mais la production et la migration de magma peuvent également engendrer une réduction de la viscosité dans cette zone.

### **I.1.3 La croûte chevauchante**

De la même manière que la plaque subduite, la croûte chevauchante peut être océanique (ex : Tongas) ou continentale (ex : Chili). Dans ce travail, la nature de la croûte chevauchante n'a pas d'intérêt particulier. En effet, celle-ci est le dernier domaine qui est franchi par les fluides magmatiques ou aqueux. Dans notre modèle, la croûte chevauchante a une composition basaltique de type MORB.

De plus, d'un point de vue mécanique, elle est relativement complexe et doit accommoder la déformation liée à la subduction. Dans tous les modèles que nous allons réaliser, la croûte chevauchante est considérée comme un bloc rigide indéformable. Cependant, Plank et Langmuir (1988) ont réalisé une étude géochimique sur les éléments majeurs dans les arcs volcaniques et ont mis en évidence l'influence de la profondeur du Moho sur les mécanismes de fusion partielle. Ils définissent une fusion par remontée adiabatique le long d'une colonne à travers le manteau. La hauteur de la colonne est limitée par l'épaisseur de la croûte chevauchante.

Celle-ci peut être déduite des observations sur les données géophysiques telles que

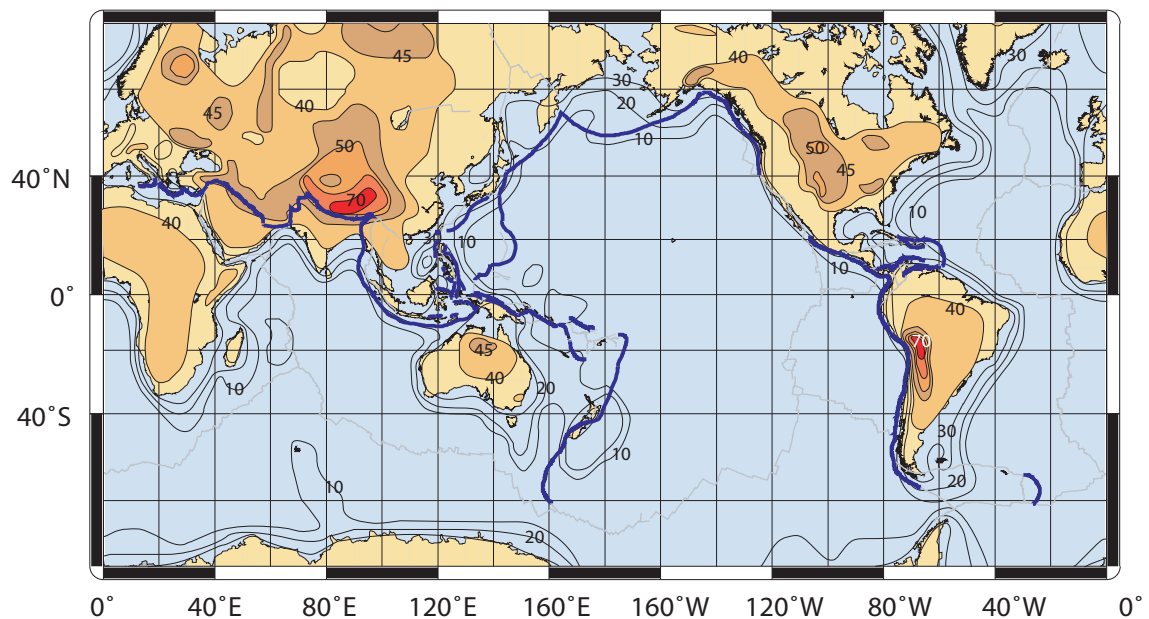


FIG. I.9 – Carte de répartition de la profondeur du Moho (modifié d'après Mooney et al., 1998). Les lignes bleues indiquent la position des principales zones de subduction. L'épaisseur de la croûte varie de 6 à 7 km sous les océans et peut atteindre 70 km sous l'Himalaya et la Cordillère des Andes.

la sismique ou la gravimétrie. Il apparaît que l'épaisseur de la croûte le long d'un transect perpendiculaire à la fosse n'est pas constante. Les travaux de Mooney et al. (1998) mettent en évidence une variations importante de l'épaisseur crustale dans les zones de subduction. Elle peut varier d'une dizaine de kilomètres comme dans l'arc des Mariannes pour une croûte océanique, à des croûtes très épaisses de l'ordre de 70 km pour les croûtes continentales comme dans les Andes. Toutes les épaisseurs intermédiaires sont présentes (Figure I.9).

## I.2 Le rôle de l'eau et du métamorphisme

Dans les zones de subduction, l'eau est entraînée en profondeur par le biais de la plaque plongeante. Sous l'action de la pression et de la température, l'eau réagit avec les minéraux présents dans la roche et modifie leur structure cristalline. L'eau peut se présenter sous plusieurs formes :

- sous une forme libre : l'eau est à l'état moléculaire  $H_2O$  dans les magmas ou dans les fluides silicatés.
- sous une forme hydroxylée : elle fait partie intégrante du réseau cristallin et se



présente sous la forme de radicaux  $OH^-$ . Les minéraux qui contiennent de l'eau sous cette forme sont dits nominalement hydratés (chlorite, serpentine, lawsonite, ...).

- sous une forme dissoute : dans des minéraux nominalement anhydres (olivine, pyroxènes, grenats, ...), l'hydrogène est absent de la formule structurale mais des ions  $H^+$  peuvent y être incorporés pour compenser les défauts de charges. Ainsi dès que les conditions de température et de pression le permettent, l'hydrogène se recombine avec l'oxygène pour former de l'eau (Richard, 2003).

L'eau contenue dans les roches est fonction de la température, de la pression et de la nature minéralogique de départ. Pour simplifier les modèles numériques, elle se résume à deux ensembles : la croûte océanique qui sera représentée par un basalte de type MORB et le manteau qui sera modélisé par une lherzolite.

### I.2.1 Métamorphisme et teneur en eau de la croûte océanique

La croûte océanique est principalement hydratée au niveau de l'axe de la dorsale, où les minéraux réagissent avec les fluides hydrothermaux, et au niveau des failles d'extrados avant l'entrée dans la subduction (Ranero et al., 2003). Les diagrammes de phases reconstituent les conditions de stabilité des minéraux et les teneurs en eau maximum que peut accepter un assemblage. Ainsi, la croûte peut contenir au maximum de 2 wt% (Peacock, 1990) à 7,27 wt% (Schmidt et Poli, 1998; Hacker et al., 2003) d'eau dans sa structure cristalline. Nous pouvons remarquer que, hormis le faciès de Granulite, tous les faciès peuvent accepter une certaine proportion d'eau (Figure I.10). Elle varie de 7,27wt% dans le faciès Zéolite à 0,09 wt% dans les faciès d'Éclogite. La croûte océanique ne peut donc pas être complètement déshydratée et recycle une petite quantité d'eau à grande profondeur.

De manière générale, lorsque la pression ou la température augmentent, la structure cristalline des minéraux devient plus dense et peut accepter de moins grandes quantités d'eau. Donc, les phases minérales qui peuvent accepter le plus d'eau sont les phases de basse pression et de basse température comme dans les faciès Zéolite (Z), Schistes Bleus à lawsonite (SBl) ou bien les Schistes verts (SV). A contrario, les phases minérales, qui peuvent accepter le moins d'eau sont les phases de hautes pressions et de hautes températures comme dans les faciès Éclogites (E, Ez). Au cours de la subduction, les conditions de pression et de température évoluent et la croûte traverse plusieurs transitions de phase. Ces transitions s'accompagnent de la perte d'une partie de l'eau qui était contenue dans le réseau cristallin et elle passe sous une forme libre.

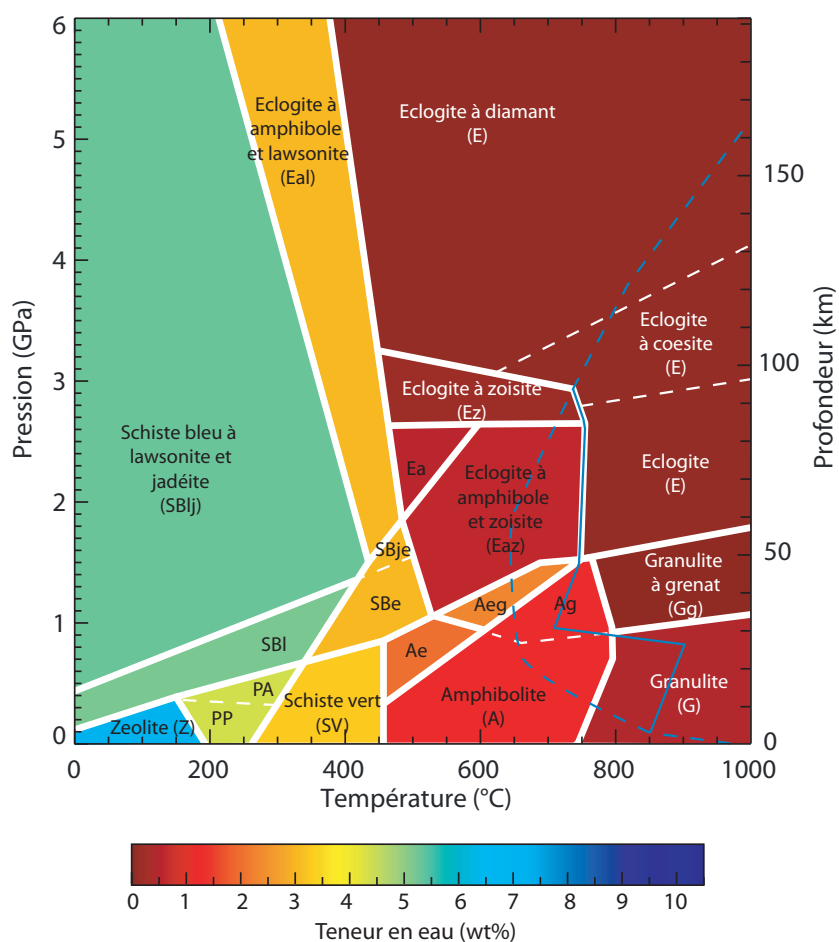


FIG. I.10 – Diagramme de phase et teneur en eau d'un MORB (d'après Hacker et al., 2003). SBl : Schiste Bleu à lawsonite ; PA : Prehnite-Actinolite ; PP : Prehnite-Pumpellyite ; SBe : Schiste Bleu à épidote ; SBje : Schiste Bleu à jadéite et épidote ; Ea : Èclogite à amphibole ; Aeg : Amphibolite à épidote et grenat ; Ae : Amphibolite à épidote ; Ag : Amphibolite à grenat. Les teneurs en eau respectives de chacun des faciès sont présentées dans la table I.1.

TAB. I.1 – Tableau récapitulatif des différents faciès minéralogiques correspondant aux diagrammes de phase d'un MORB et d'une Lherzolite (Figures I.10 et I.11) (Hacker et al., 2003).

Faciès minéralogique	Abbréviation	Teneur maximale en eau (wt%)
<b>MORB</b>		
Zéolite	Z	7,27
Préhnite-Actinolite	PA	4,4
Préhnite-Pumpéellyite	PP	4,4
Schiste bleu à lawsonite	SBl	5,19
Schiste bleu à lawsonite et jadéite	SBlj	5,37
Schiste bleu à épidote	SBe	3,08
schiste bleu à épidote et jadéite	SBje	3,08
Schiste vert	SV	3,3
Amphibolite	A	1,29
Amphibolite à grenat	Ag	1,29
Amphibolite à épidote	Ae	2,05
Amphibolite à épidote et grenat	Aeg	2,42
Eclogite à zoïsité et amphibole	Eaz	0,72
Eclogite à amphibole	Ea	0,6
Eclogite à amphibole et lawsonite	Eal	3,05
Eclogite à zoïsité	Ez	0,25
Eclogite à diamant	E	0,09
Eclogite à coesite	E	0,09
Eclogite	E	0,09
Granulite à grenat	Gg	0,00
Granulite	G	0,53
<b>Lherzolite</b>		
Serpentine	S	10,5
Wherlite à chlorite et serpentine	Wcs	7,6
Dunite à chlorite, serpentine et trémolite	Dcst	4,8
Lherzolite à chlorite	Lc	4,5
Dunite à trémolite, chlorite et plagioclase	K	2,3
Lherzolite à plagioclase et spinelle	DEF	0,5
Pyroxénite	U	6,5
Lherzolite à plagioclase	Lp	0,0
Lherzolite à spinelle	Ls	0,0
Lherzolite à grenat	Lg	0,0

Les transitions de phases qui vont libérer le plus d'eau sont celles entre les faciès de Schistes bleus à lawsonite (SBl) et les faciès de Schistes bleus à épidote (SBe) et d'Éclogite à amphibole et lawsonite (Eal). Ils passent de 5,25 environ à 3,05 wt% d'eau, libérant ainsi 2,2 wt%. La seconde déshydratation importante porte entre les faciès de Schistes bleus à épidote (SBe), Éclogite à amphibole et lawsonite (Eal) et les faciès d'Éclogite (E) où on passe de 3,05 wt% d'eau à moins de 0,6 wt%. Le maximum de déshydratation se produit pour des température entre 300 et 500 °C et pour des pressions supérieures à 1 GPa. Pour les pressions inférieures à 1 GPa, la déshydratation du slab s'étale jusqu'à 800 °C, où les faciès d'Amphibolites (A, Ae, Aeg et Ag) se transforment en Granulites (G, Gg).

### I.2.2 Teneur en eau dans le manteau

Le manteau peut être assimilé à une lherzolite, principalement constituée d'olivine et de pyroxènes. Hormis dans les zones de subduction, ce type de composition minéralogique est supposé anhydre.

En présence d'eau, l'olivine se transforme en serpentine. Cette phase minérale est la principale forme de stockage de l'eau dans le manteau. Elle peut accepter jusqu'à 10 wt% d'eau. Cependant, celle-ci se destabilise assez rapidement pour des températures supérieures à 600-700°C (Figure I.11). L'eau est alors portée par des phases telles que l'amphibole, la chlorite ou la phlogopite. Ces phases ne peuvent accepter des teneurs en eau aussi élevées que la serpentine mais sont stables à plus hautes températures. Les diagrammes de phases varient légèrement entre les auteurs (Schmidt et Poli, 1998; Hacker et al., 2003). Les auteurs sont d'accord pour déterminer qu'au delà de 800 °C et 2 GPa, le manteau ne peut plus accepter d'eau sous forme hydroxylée, permettant ainsi la formation d'un faciès de lherzolite totalement anhydre.

Entre 0 et 2 GPa, Schmidt et Poli (1998) définissent un faciès qui peut accepter une teneur en eau de l'ordre de 0,5 wt%, sous la forme d'amphibole. Ce faciès permet d'amener de l'eau sous une forme minérale dans des conditions où se développe la fusion hydratée (Figure I.12). sans que la stabilité de la chlorite à grande profondeur ne soit nécessaire.

Dans les faciès de lherzolite, la pression influence peu la déshydratation. En effet, les minéraux sont stables à haute et basse pression pour une température constante. A l'inverse, les déshydratations sont principalement dues à une augmentation de la température. Ainsi, la lherzolite est déshydratée entre 500 et 800 °C.

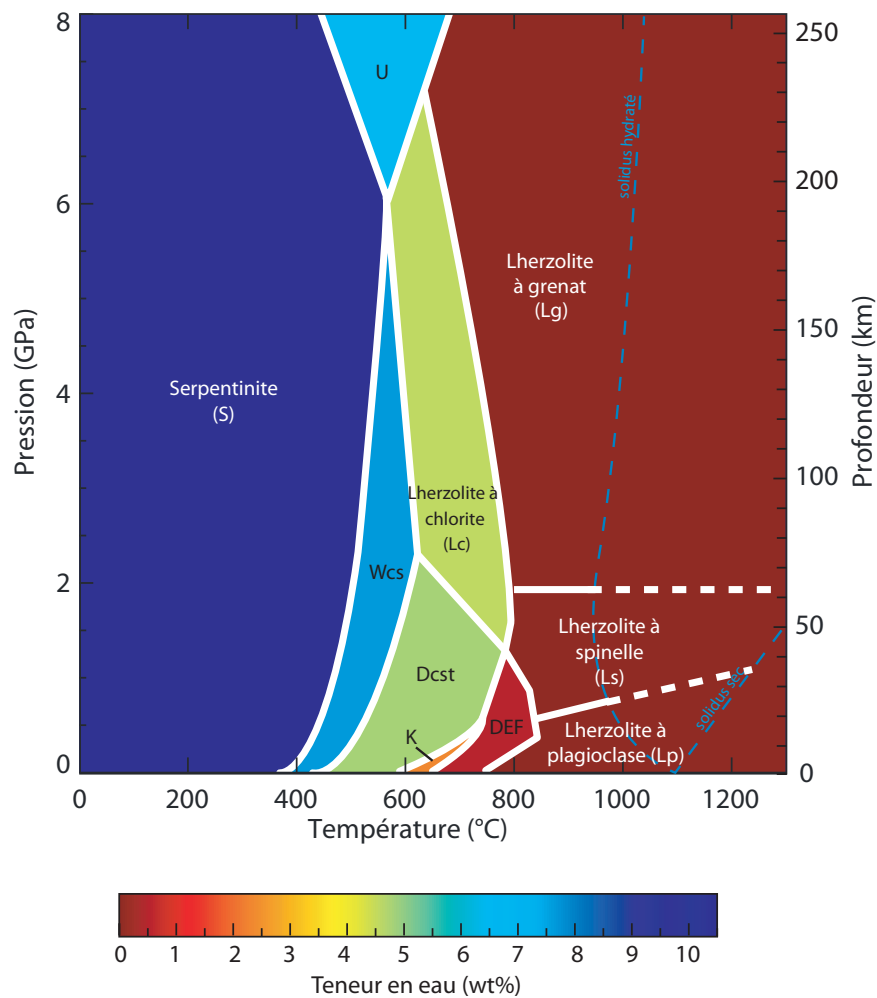


FIG. I.11 – Diagramme de phase et teneur en eau d'une Lherzolite (modifié d'après Hacker et al., 2003). Les positions des solidus sont issues du modèle de fusion anhydre et hydratée de Katz et al. (2003). Wsc : Lherzolite à serpentine et chlorite ; Dcst : Dunite à serpentine, chlorite et trémolite. Les faciès DEF, U, et K ont des compositions intermédiaires. Les teneurs en eau respectives de chacun des faciès sont présentées dans la table I.1.

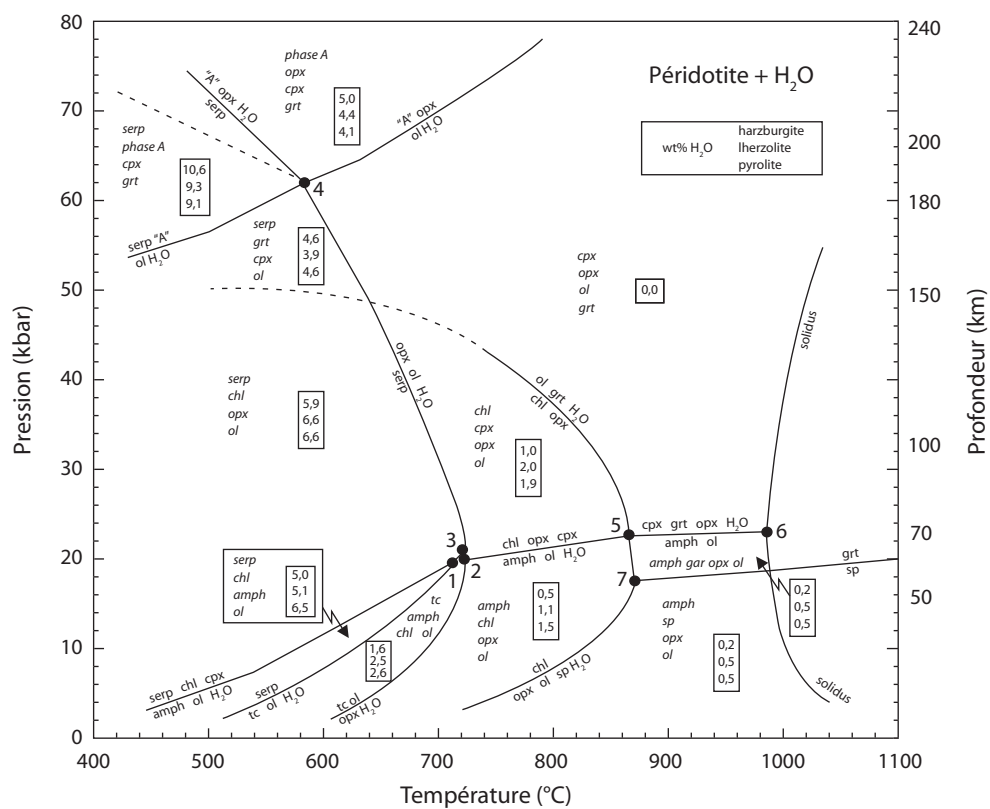


FIG. I.12 – Diagramme de phase d'une lherzolite (Schmidt et Poli, 1998).

### I.2.3 Solubilité de l'eau dans la lherzolite

Il est communément admis que le volcanisme d'arc est la conséquence de la fusion partielle du coin du manteau métasomatisé par un fluide originaire de la déshydratation de la croûte subduite (Tatsumi, 1986; Morris et al., 1990; Plank et Langmuir, 1993). La présence d'eau dans les magmas primitifs d'arcs volcaniques est attestée par une teneur moyenne de 1,7 wt% (Sobolev et Chaussidon, 1996). Cette valeur est à mettre en opposition aux plus faibles teneurs en eau mesurées dans les magmas primitifs de rides océaniques (MORB) qui sont de l'ordre de 0,1 à 0,5 wt% (Sobolev et Chaussidon, 1996).

Cependant, au delà d'environ 800 °C, les minéraux correspondant au manteau asthénosphérique ne peuvent plus intégrer d'eau sous une forme hydroxylée (Kincaid et Sacks, 1997; Schmidt et Poli, 1998; Iwamori, 2004; Hacker et al., 2003). Les diagrammes de phases, quels que soient les auteurs, présentent un faciès sec entre la zone de fusion partielle et les faciès humides. Il est cependant admis que les minéraux constitutifs du manteau asthénosphérique (pyroxènes, grenats et olivines) peuvent incorporer une proportion d'eau dissoute de l'ordre de quelques dizaines de ppm (Bai et Kohlstedt, 1992; Bell et al., 1995; Kohlstedt et al., 1996, p.e.).

L'évaluation de la quantité d'eau par unité de masse pouvant être dissoute par la péridotite est fonction de la composition minéralogique modale dans les conditions asthénosphériques et de la solubilité maximale de l'eau pour chaque minéral (Kohlstedt et al., 1996). Ainsi Arcay (2005) propose une formulation de la solubilité de l'eau dans une

TAB. I.2 – Proportion massique de minéraux présents dans les différents faciès de lherzolite d'après Hacker et al. (2003) et celle pour une lherzolite moyenne utilisée par Arcay (2005). Les teneurs en eau sont estimées pour chacune des compositions à 2, 4 et 8 GPa.

	Lherzolite à spinelle	Lherzolite à plagioclase	Lherzolite à grenat	Lherzolite (Arcay, 2005)
Olivine	59	71	72	60,4
Grenat	-	-	10	15,2
Clinopyroxène	15	9	17	13,6
Orthopyroxène	20	14	1	10,8
Spinelle	6	-	-	-
Anorthite	-	6	-	-
$X_{H_2O}$ à 2GPa (ppm)			330	320
$X_{H_2O}$ à 4GPa (ppm)			880	810
$X_{H_2O}$ à 8GPa (ppm)			1840	1730

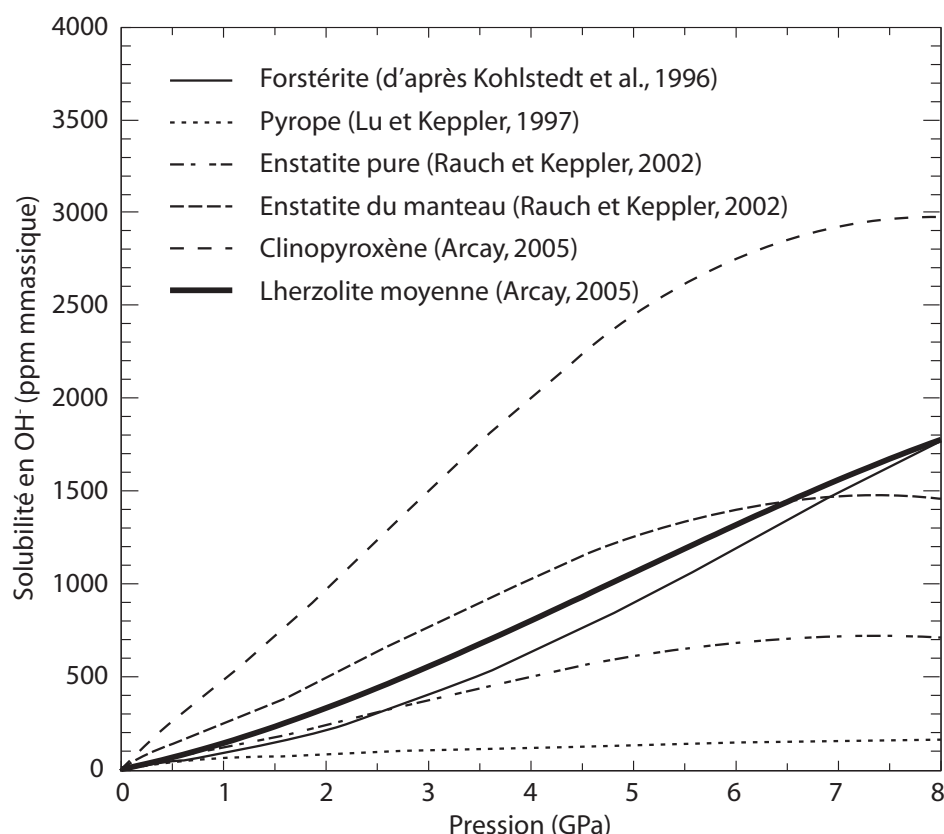


FIG. I.13 – Solubilité de l'eau en fonction de la pression pour le grenat, l'olivine, l'orthopyroxène et le clinopyroxène. Evolution de la solubilité de l'eau pour une péridotite d'après Arcay et al. (2005).

péridotite pour une composition moyenne de lherzolite (Tableau I.2). La capacité d'un minéral à dissoudre l'eau dépend de la température, de la pression et de la fugacité de l'eau (Kohlstedt et al., 1996; Lu et Keppler, 1997; Rauch et Keppler, 2002). Pour simplifier le modèle, la variation en température est négligée et les calculs sont réalisés à une température constante de 1000 °C. Suivant cette hypothèse de travail, la variation de teneur en eau pour chacun des minéraux dépend uniquement de la pression (Figure I.13). La solubilité des minéraux est déterminée par des mesures expérimentales (Figure I.13).

Rauch et Keppler (2002) ont réalisé des mesures sur des enstatites pures. Cependant, ils estiment que les enstatites du manteau terrestre sont capables de dissoudre jusqu'à 2,6 fois plus d'eau (Figure I.13). La solubilité de l'eau dans les clinopyroxènes étant méconnue, elle est estimée à 1,5 fois celle obtenue pour les orthopyroxènes (Arcay, 2005). Dans le cas de la composition de lherzolite de Arcay (2005), la teneur en eau à 8 GPa est estimée à 1730 ppm.



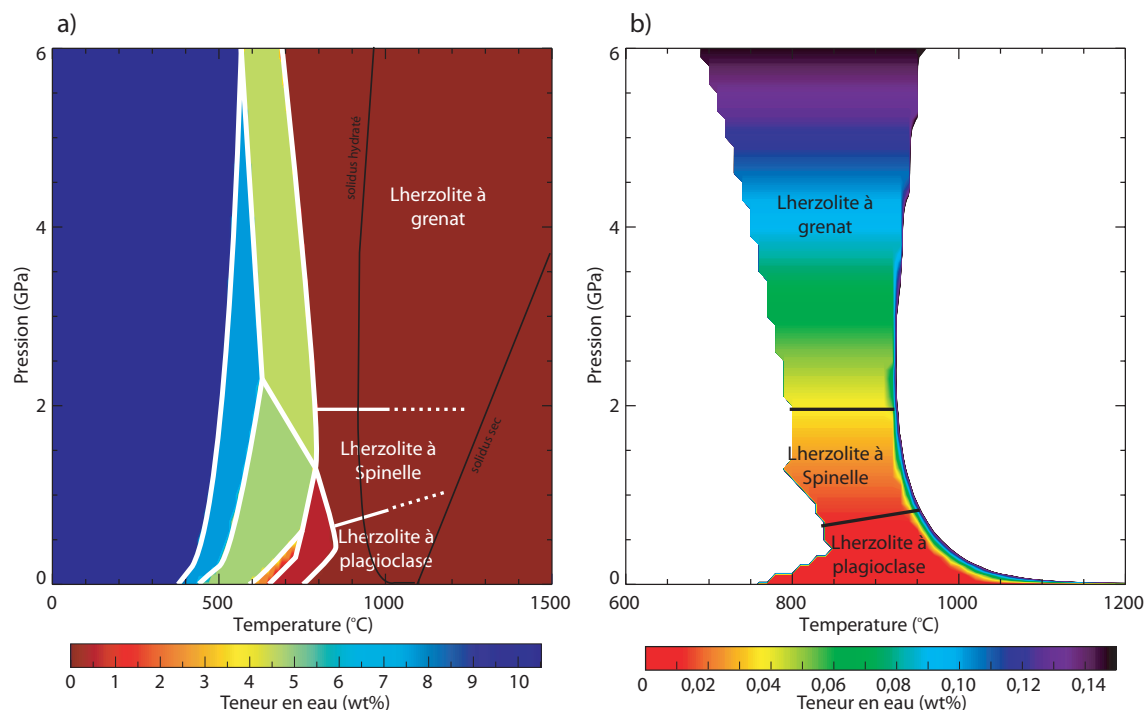


FIG. I.14 – Diagramme de phase d'une lherzolite (Hacker et al., 2003). Trois faciès de lherzolite composent le domaine en contact avec la zone de fusion partielle : Lherzolite à grenat, Lherzolite à spinelle et Lherzolite à plagioclase (a). L'eau peut être captée par ces trois derniers faciès sous une forme dissoute qui augmente avec la pression (Arcay, 2005).

Dans notre modèle, nous avons choisi d'introduire les diagrammes de phases présentés par Hacker et al. (2003). Les compositions minérales de la lherzolite dans le faciès anhydre varient sensiblement de celles utilisées par Arcay (2005) (Tableau I.2). Trois principales compositions forment ce dernier faciès allant d'une lherzolite à plagioclase entre 0 et 1 GPa, une lherzolite à spinelle entre 1 et 2 GPa et une lherzolite à grenat entre 2 et 8 GPa (Figure I.14).

Nous avons estimé la teneur en eau pour chacune de ces compositions à l'aide des données issues de la figure (I.13), en négligeant l'eau qui pourrait être dissoute dans le spinelle ou le plagioclase et pour différentes pressions (Tableau I.2). Pour une composition de lherzolite à spinelle, les variations de teneurs en eau par rapport à la lherzolite moyenne sont supérieures à 10% (12,5 % à 2 GPa et 10% à 8 GPa). Les écarts pour une lherzolite à grenat ou à plagioclase sont eux inférieurs à 10%. Dans notre modèle, le faciès de lherzolite à grenat est majoritairement représenté. De plus, les variations par rapport au modèle proposé par Arcay (2005) sont au maximum de 0,011 % en masse (wt%). Cet

écart peut être jugé comme négligeable par rapport aux hypothèses émises pour faire ce calcul.

Pour notre étude, nous reprenons donc la courbe de solubilité de l'eau dans une lherzolite proposée par Arcay (2005) et l'appliquons aux trois faciès de lherzolite du modèle de Hacker et al. (2003).

### **I.2.4 Migration et transferts d'eau**

Une fois l'eau libérée par les minéraux, elle doit migrer à travers plusieurs milieux : la plaque subduite, le manteau asthénosphérique, voire la lithosphère chevauchante. Stern (2002) définit trois grands types de migrations de l'eau :

- Si la plaque plongeante est suffisamment froide et que la porosité du milieu est inférieure à 8%, l'eau présente augmente la pression dans les pores et pourrait déclencher la rupture sismique (Davies, 1999).
- Un autre mécanisme est la circulation à travers les pores. Cette fois-ci, si le réseau de pores est interconnecté, l'eau peut être transférée au manteau asthénosphérique. C'est un type d'écoulement très lent qui favorise l'interaction du fluide avec les grains.
- Le troisième type de migration est la formation de diapirs de serpentines. Gerya et Yuen (2003) ont modélisé l'évolution de la densité des serpentines en fonction de la teneur en eau. Ils observent la formation de diapirs froids qui remontent à travers le coin asthénosphérique à la vitesse de quelques centimètres par an.

Ces mécanismes sont relativement complexes à mettre en place. Dans cette étude, l'eau sera donc modélisée avec un déplacement vertical (Iwamori et Zhao, 2000; Arcay et al., 2005). Celle-ci migre jusqu'à ce qu'elle soit captée ou consommée par une phase minérale ou dans la fusion partielle.



# Chapitre II

## Le modèle numérique

Pour étudier l'influence des paramètres de la subduction, un nouveau modèle numérique bi-dimensionnel a été développé. La structure interne de la Terre est un milieu solide, mais à l'échelle des temps géologiques, il se comporte comme un fluide. Les équations standards de la mécanique des fluides sont donc résolues en respectant l'approximation de Boussinesq. L'équation de conservation de l'énergie est développée en suivant une procédure de type Galerkin (Zienkiewicz et Taylor, 2000), alors que les équations de Stokes emploient une méthode de pénalisation (Reddy, 1993). La rhéologie a une influence importante sur la structure thermique dans le coin du manteau. Dans le modèle, une combinaison mixte entre une rhéologie non-newtonienne et une rhéologie cassante est utilisée. Une influence de l'eau sur la viscosité des roches sera également prise en compte en acceptant une variation du paramètre pré-exponentiel (Arcay et al., 2005).

Pour la réalisation de ce modèle, j'utilise le logiciel de modélisation *FreeFEM++*, basé sur la méthode des éléments finis. Il s'agit d'un logiciel sous licence libre, développé par le laboratoire Jacques Louis Lions de l'Université Pierre et Marie Curie. Nous avons choisi ce logiciel, outre par sa gratuité, car il présente la possibilité d'intégrer et de résoudre facilement des équations aux dérivées partielles. Elles sont directement introduites sous une formulation variationnelle et permettent donc de s'adapter à de nombreux problèmes.

Le transport et les transferts d'eau entre la plaque subduite et la plaque chevauchante sont introduits à l'aide d'une méthode de traceurs (Tackley et King, 2003). Pour ce faire, la composition de la croûte océanique et chevauchante est assimilée à un MORB tandis que le manteau est modélisé par une lherzolite. Enfin, la fusion partielle est modélisée en respectant le paramétrage de Katz et al. (2003).

## II.1 Rappel sur la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis a été décrite pour la première fois de façon formelle à la fin des années 50 (Argyris et Kelsey, 1960 ; Turner et al., 1956). Elle permet de trouver une approximation à des équations aux dérivées partielles, en discrétisant un domaine à géométrie complexe en une série de sous domaines de géométrie plus simple appelés *éléments finis*. La solution du problème est calculée pour un certain nombre de points du domaine, appelés *noeuds*. Les valeurs intermédiaires sont quant à elles obtenues par interpolation (Reddy, 1993).

Le principe de base de la méthode peut être appréhendé par un exemple simple : l'approximation du périmètre d'un cercle (Figure II.1). Le domaine représenté par le cercle est discrétisé par une série de segments dont les extrémités coïncident avec le bord du cercle. Une approximation du périmètre du cercle est obtenue en sommant la longueur de chacun des segments. Il apparaît évident que plus le nombre de segments est important, plus la précision sur le calcul du périmètre est grande.

La première étape consiste donc à discrétiser l'ensemble du domaine en une série d'éléments géométriques simples prenant différentes formes (triangulaires, carrées, ...). L'assemblage de ces éléments forme un *maillage*. Dans le logiciel *FreeFEM++*, le maillage est généré à partir du logiciel *bamg* et constitué d'éléments triangulaires. La triangulation employée est de type *Voronoi/Delaunay* (Figure II.1).

Une solution exacte est calculée en chacun des noeuds et les valeurs des points intermédiaires (entre les noeuds) sont obtenues par interpolation. Une fois le maillage créé, nous générons les différents *espaces d'interpolation*. Ils regroupent les équations d'interpolation définies en chacun des noeuds du maillage. Il est possible d'établir les degrés

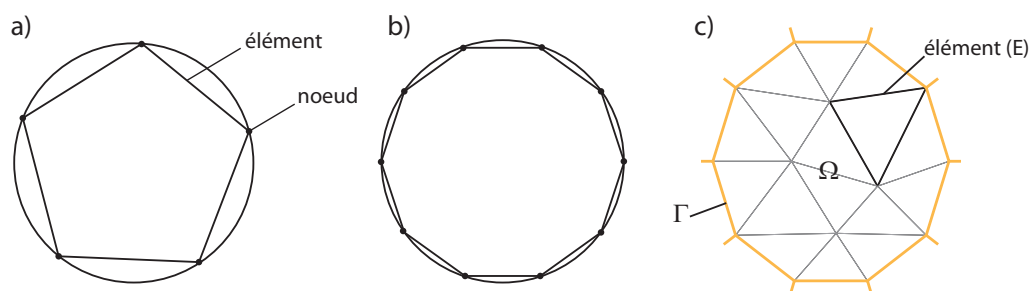


FIG. II.1 – Approximation du périmètre d'un cercle par une série d'éléments linéaires (a). Plus le nombre d'éléments est grand, plus l'approximation du périmètre se rapproche de la solution exacte (b). Exemple de maillage du domaine  $\Omega$  par des éléments triangulaires (E). La limite extérieure du maillage est notée  $\Gamma$ .

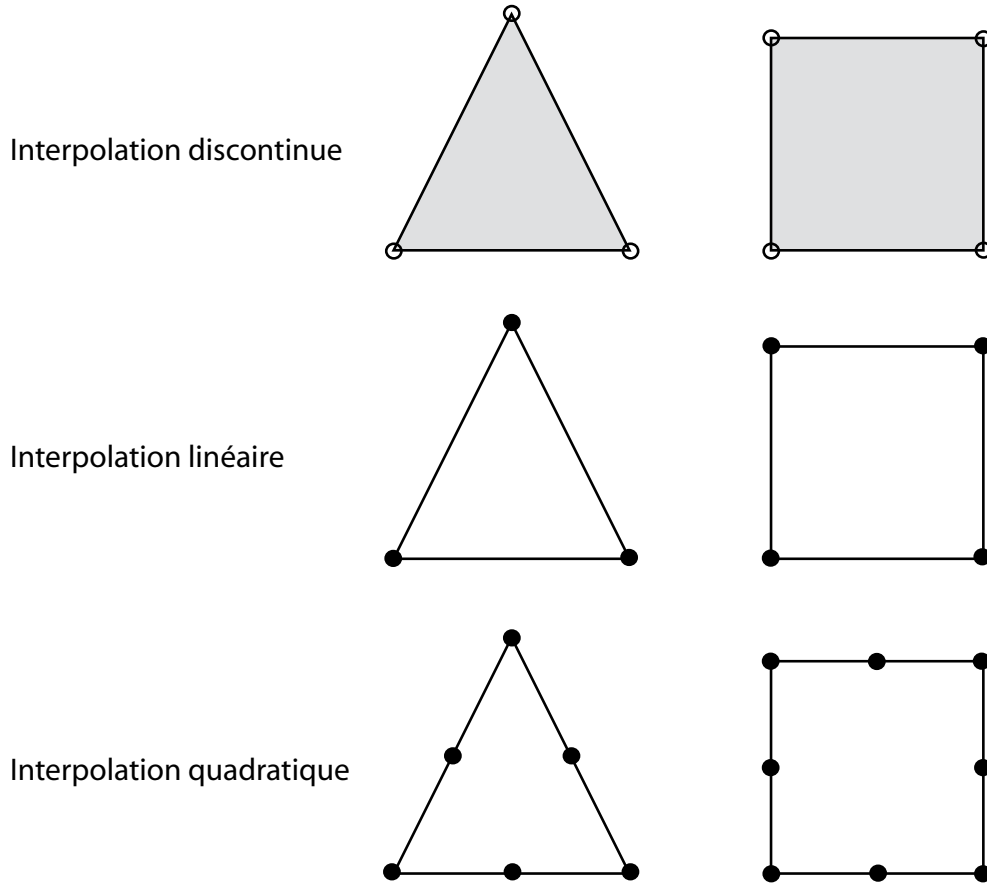


FIG. II.2 – Éléments finis de type triangulaire (gauche) et quadrangulaire (droite) et les noeuds associés, dans un espace à deux dimensions. Pour une fonction d'interpolation discontinue, l'élément fini prend une seule valeur égale à la moyenne des valeurs aux sommets. Dans le cas d'une interpolation linéaire, les noeuds correspondent aux sommets de l'élément. Pour une interpolation quadratique, des noeuds supplémentaires sont ajoutés au centre de chaque arête.

d'interpolation pour lesquels le nombre et la position des noeuds varient (Figure II.2).

Pour une fonction d'interpolation discontinue, l'élément fini prend une seule valeur égale à la moyenne des valeurs aux sommets. Dans le cas d'une interpolation linéaire, les noeuds correspondent aux sommets de l'élément et pour une interpolation quadratique, des noeuds supplémentaires sont ajoutés au centre de chaque arête (Figure II.2). Les fonctions d'interpolation les plus usitées et les plus efficaces sont les *polynômes de Lagrange*.

Dans ce travail, les calculs sont effectués dans un espace à deux dimensions. Considérons un élément triangulaire  $E_k$  sur lequel on cherche à connaître l'approximation d'une

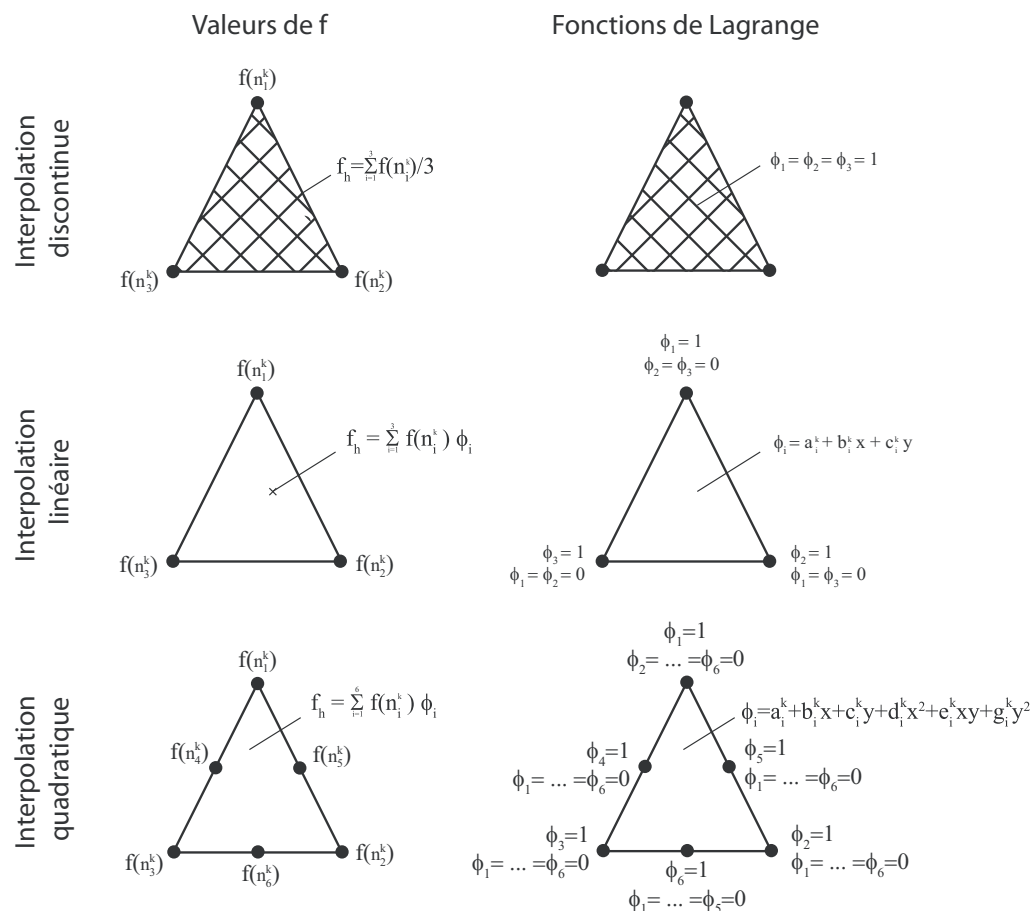


FIG. II.3 – Principe du calcul des points intermédiaires à partir des fonctions de Lagrange (à droite) et des valeurs aux noeuds (à gauche) pour différentes fonctions d'interpolation.  $f(n_i^k)$  est la valeur exacte calculée à l'aide de l'équation différentielle.  $\phi_i$  est la fonction de Lagrange au noeud  $i$ .  $f_h$  est la valeur approchée d'un point intermédiaire de coordonnées  $(x, y)$ .

équation aux dérivées partielles,  $f$ . Chaque noeud de cet élément peut être référencé par un indice  $i$ . Les polynômes de Lagrange,  $\phi_i$ , sont donc définis pour chacun des noeuds,  $n_i^k$ , de l'élément triangulaire, de manière à être égaux à 1 au noeud, et à 0 sur tous les autres (Figure II.2). Les valeurs de la fonction  $f(n_i^k)$  aux noeuds sont calculées à partir de l'équation différentielle à résoudre. Les valeurs de la fonction  $f_h(x, y)$  pour une position d'un point intermédiaire  $(x, y)$  dans le triangle sont obtenues à partir des fonctions de Lagrange.

Dans le cas d'une fonction discontinue (Equation II.1), l'élément tout entier prend la valeur moyenne des trois sommets (Figure II.3) :

$$\phi_i(x, y) = 1, \quad \text{si } (x, y) \in E_k \quad \phi_i(x, y) = 0 \quad \text{si } (x, y) \notin E_k \quad (\text{II.1})$$

$$f_h(x, y) = \sum_i^{n_v} \frac{f(n_i^k) \phi_i(x, y)}{3}$$

où  $n_v$  est le nombre de noeuds de l'élément fini.

Dans le cas d'une interpolation linéaire, la fonction suivante est attribuée à chaque sommet de l'élément (Figure II.3) :

$$\begin{aligned} \phi_i(x, y) &= a_i^k + b_i^k x + c_i^k y && \text{pour tout } (x, y) \in E_k \\ \phi_i(n_i) &= 1, \quad \phi_i(n_j) = 0 && \text{pour } i \neq j \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

Dans le cas d'une interpolation quadratique, la fonction suivante est attribuée à chaque sommet et à chaque noeud d'arête (Figure II.3) :

$$\begin{aligned} \phi_i(x, y) &= a_i^k + b_i^k x + c_i^k y + d_i^k x^2 + e_i^k xy + f_i^k y^2 && \text{pour tout } (x, y) \in E_k \\ \phi_i(n_i) &= 1, \quad \phi_i(n_j) = 0 && \text{pour } i \neq j \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

où  $a_i^k, b_i^k, c_i^k, d_i^k, e_i^k$  et  $f_i^k$  sont des coefficients constants pour chaque noeud et élément. Pour un degré d'interpolation donné, la valeur  $f_h(x, y)$  d'un point intermédiaire (entre les noeuds) est obtenue en sommant les différentes fonctions de Lagrange.

$$f_h(x, y) = \sum_{i=1}^{n_v} f(n_i^k) \phi_i(x, y) \quad (\text{II.4})$$

Un exemple d'approximation pour une fonction  $\cos(\pi x)$  est présenté dans la figure (II.4 a) en fonction des différents degrés d'interpolation. Les valeurs calculées aux noeuds des éléments coïncident avec les valeurs exactes de la fonction. Dans cet exemple, des fonctions d'interpolation quadratique permettent une excellente reproduction de la fonction théorique (Figure II.4 b).

Les éléments finis sont généralement utilisés pour obtenir une approximation d'une équation aux dérivées partielles qu'il est complexe de résoudre sur tous les points du domaine. La méthode de résolution des équations par les éléments finis repose sur les principes de la formulation faible (également appelée formulation intégrale ou variationnelle). On ne cherche pas à trouver la solution exacte mais une approximation suffisamment "fiable". Pour cela, les solutions du problème doivent vérifier des conditions d'existence plus faibles. Par opposition, on appelle formulation forte, une expression qui doit être vérifiée en tout point d'un domaine ( $\Omega$ ).

La formulation faible vise donc à diminuer le degré de l'équation aux dérivées partielles :

$$\int \phi(\vec{x}) f'(\vec{x}) d\Omega = 0 \quad (\text{II.5})$$



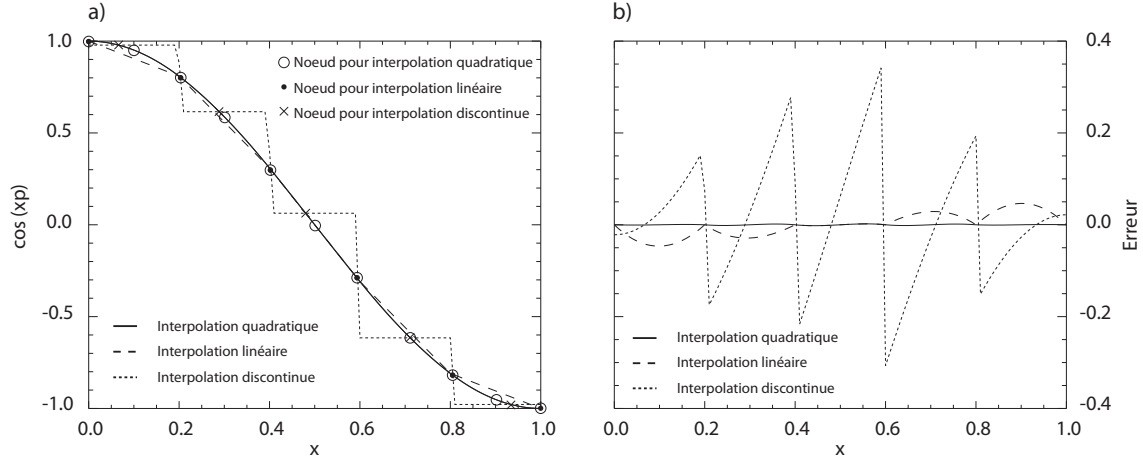


FIG. II.4 – a) Exemple d'interpolation pour la fonction  $\cos(\pi x)$  en fonction du degré d'interpolation choisi. Les symboles représentent les noeuds utilisés pour chaque fonction. b) Erreur par rapport à la fonction initiale. Dans l'exemple, une interpolation quadratique reproduit très bien la fonction.

où  $f'(x)$  est l'équation aux dérivées partielles que nous cherchons à résoudre en tout point  $\vec{x}$  de  $\Omega$  et  $\phi(\vec{x})$  est la fonction d'interpolation. Il est alors possible de réaliser une intégration par partie :

$$\int_{\Omega} \phi(\vec{x}) f'(\vec{x}) d\Omega = - \int_{\Omega} \phi'(\vec{x}) f(\vec{x}) d\Omega + \int_{\Gamma} \phi(\vec{x}) f(\vec{x}) \vec{\zeta} d\Gamma \quad (\text{II.6})$$

où  $\Gamma$  est la limite, de normale  $\vec{\zeta}$ , du domaine  $\Omega$ . Le logiciel *FreeFEM++* peut prendre en compte une équation aux dérivées partielles sous sa forme variationnelle. Les équations de la mécanique des fluides que nous présenterons dans les paragraphes suivants seront exposées sous cette formulation.

## II.2 Le modèle thermomécanique

### II.2.1 Les équations de la mécanique des fluides

A l'échelle des temps géologiques, l'évolution thermo-mécanique de la Terre profonde est classiquement décrite par les trois équations de la mécanique des fluides.

L'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (\text{II.7})$$

où  $\rho$  est la densité,  $\vec{u}$  la vitesse du fluide et  $t$  le temps. Dans le cas des matériaux terrestres,

nous utilisons l'approximation de Boussinesq pour un fluide incompressible :

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (\text{II.8})$$

L'équation de la quantité de mouvement (équation de Stokes) :

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla(\rho\vec{u}) = \rho\vec{g} + \nabla \cdot \sigma \quad (\text{II.9})$$

où  $\vec{g}$  est l'accélération de pesanteur et  $\sigma$  le tenseur des contraintes. Le nombre de Prandtl,  $Pr$ , est le rapport des temps caractéristiques de la quantité de mouvement et de la diffusion thermique,  $\kappa$ .

$$Pr = \frac{\mu}{\rho\kappa} \quad (\text{II.10})$$

où  $\mu$  est la viscosité. Le nombre de Prandtl représente une mesure des propriétés du fluide qui s'oppose à la convection, la diffusivité thermique et la viscosité. Pour un nombre de Prandtl inférieur à 1, le temps caractéristique de la diffusivité thermique est supérieur au temps caractéristique du mouvement. C'est à dire que la chaleur est principalement évacuée par diffusion. Dans le cas des matériaux terrestres, le nombre de Prandtl est de l'ordre de  $10^{24}$  (Dumoulin, 2000). Le transport de la chaleur s'effectue donc préférentiellement par convection. Ce nombre étant très élevé, il nous permet de négliger le terme de gauche,  $\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t}$ , de l'équation (II.9).

L'équation de conservation de l'énergie s'écrit :

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T \right) - k \nabla^2 T - Q = 0 \quad (\text{II.11})$$

où  $T$  est la température,  $C_p$  la capacité calorifique,  $k$  la conductivité thermique et  $Q$  la source de chaleur interne. Dans la suite de ce chapitre, ces équations sont utilisées sous une forme sans dimension. Pour ce faire, nous utilisons les échelles classiques :

- $h$  la hauteur de la couche pour les distances ;
- $\kappa$  la diffusivité thermique pour le temps ( $h^2/\kappa$ ) ;
- $\Delta T$  l'écart de température entre le sommet et la base du modèle pour la température.

Les équations (II.8), (II.9) et (II.11) deviennent alors :

$$\nabla \cdot \vec{u}' = 0 \quad (\text{II.12})$$

$$\mu \nabla \cdot [(\nabla \vec{u}' + {}^T \nabla \vec{u}')] - \nabla P' = Ra T' \vec{e}_y \quad (\text{II.13})$$

$$\left( \frac{\partial T'}{\partial t'} + \vec{u}' \cdot \nabla T' \right) - \kappa' \nabla^2 T' + Q' = 0 \quad (\text{II.14})$$

avec :

$$\begin{aligned} x &= hx'; & y &= hy'; & P &= \frac{\mu_0 \kappa}{h^2} P'; \\ \vec{u} &= \frac{\kappa}{h} \vec{u}'; & T &= T' \Delta T + T_s; & Q &= Q' \frac{h^2}{k \Delta T} \end{aligned}$$

où  $\nabla P'$  est le gradient de pression imposé par le fluide ;  $Ra$  est le nombre de Rayleigh de la couche entière qui paramétrise la vigueur de la convection :

$$Ra = \frac{\alpha \rho g \Delta T Q^3}{\kappa \mu_0} \quad (\text{II.15})$$

où  $\alpha$  est la conductivité thermique et  $\mu_0$  la viscosité de référence correspondant à la viscosité moyenne du manteau terrestre.

*Remarque* : dans la suite du chapitre, les variables sans dimension seront présentées sans ' pour une meilleure lecture.

## II.2.2 Modèle thermique

Lorsque l'on veut résoudre les équations de transport de la chaleur, nous sommes confrontés à un problème de diffusion numérique lié au manque de précision dans la discrétisation des équations. Dans notre cas, les difficultés sont principalement dues à la partie advective de l'équation de conservation de l'énergie (II.14). Plusieurs schémas de résolution de cette équation minimisent ce phénomène (p.e. Vanleer, 1977 ; Smolarkiewicz, 1984). Nous avons choisi d'utiliser pour notre modèle un schéma de type Galerkin (Zienkiewicz et al., 1984), dont les grands principes sont rappelés dans les paragraphes suivants.

Cette méthode est basée sur la dérivation de l'équation (II.14), en suivant une direction parallèle aux lignes de courant, ce qui a pour but d'éliminer le terme advectif dans l'équation. L'approximation spatiale de Galerkin est optimale (Zienkiewicz et Taylor, 2000). Suivant cette méthode, la discrétisation temporelle de l'équation (II.14) devient :

$$\frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t} \Big|_{(\vec{x}-\vec{\delta})} \approx \theta \left[ \kappa \nabla^2 T - Q \right]_{n+1} + (1 - \theta) \left[ \kappa \nabla^2 T - Q \right]_n \Big|_{(\vec{x}-\vec{\delta})} \quad (\text{II.16})$$

où  $\vec{\delta}$  est l'incrément de distance parcouru durant l'incrément de temps  $\Delta t$  :

$$\vec{\delta} = \vec{u} \Delta t \quad (\text{II.17})$$

et où le terme  $\Big|_{(\vec{x}-\vec{\delta})}$  indique que la valeur du paramètre est prise à la position  $x - \vec{\delta}$  qui correspond à la position d'une particule à l'itération  $n$ . Le paramètre  $\theta$  définit le type de

schéma de résolution, explicite ( $\theta = 0$ ) ou implicite ( $\theta = 1$ ).

Le développement des termes de l'équation (II.16) en série de Taylor du second ordre donne :

$$T_n|_{(\vec{x}-\vec{\delta})} \approx T_n - \Delta t (\vec{u} \cdot \nabla T)_n + \frac{\Delta t^2}{2} [(\vec{u} \cdot \nabla)(\vec{u} \cdot \nabla T)]_n + O(\Delta t^3) \quad (\text{II.18})$$

$$\kappa(\nabla^2 T)_n|_{(\vec{x}-\vec{\delta})} \approx \kappa(\nabla^2 T)_n - \kappa \Delta t [\vec{u} \cdot \nabla(\nabla^2 T)]_n + O(\Delta t^2) \quad (\text{II.19})$$

$$Q_n|_{(\vec{x}-\vec{\delta})} \approx Q_n - \Delta t (\vec{u} \cdot \nabla Q)_n + O(\Delta t^2) \quad (\text{II.20})$$

En introduisant les équations (II.17) à (II.20) dans l'équation (II.16) et en tenant compte de l'approximation de Boussinesq (II.12), il vient :

$$\begin{aligned} \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t} = & - (\vec{u} \cdot \nabla T)_n + \frac{\Delta t}{2} \nabla \cdot [\vec{u}(\vec{u} \cdot \nabla T)]_n \\ & + \theta (\kappa \nabla^2 T - Q)_{n+1} + (1 - \theta) (\kappa \nabla^2 T - Q)_n \\ & - (1 - \theta) \left\{ [\kappa \vec{u} \cdot \nabla(\nabla^2 T)]_n \Delta t + (\vec{u} \cdot \nabla Q)_n \Delta t \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

En négligeant les termes  $[\vec{u} \cdot \nabla(\nabla^2 T)]_n$ , l'équation générale s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t} = & - (\vec{u} \cdot \nabla T)_n + \frac{\Delta t}{2} \nabla \cdot [\vec{u}(\vec{u} \cdot \nabla T)]_n \\ & + \theta (\kappa \nabla^2 T - Q)_{n+1} + (1 - \theta) (\kappa \nabla^2 T - Q)_n \\ & - (1 - \theta) \Delta t (\vec{u} \cdot \nabla Q)_n \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

Nous retrouvons donc dans la première ligne de l'équation le terme advectif de l'équation (II.14) avec un terme "correctif". Dans les deux autres lignes, les termes diffusifs et de chauffage sont imbriqués. Pour être introduite dans le solveur du logiciel *FreeFEM++*, l'équation précédente doit être réécrite sous une formulation faible (Equation II.6), exposée dans la section (II.1).

Dans un premier temps, l'équation (II.22) est multipliée par une fonction d'interpolation  $w$  et introduite dans une formulation intégrale.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} & \left\{ w(T_{n+1} - T_n) + w \Delta t (\vec{u} \cdot \nabla T)_n - w \frac{\Delta t^2}{2} \nabla \cdot [\vec{u}(\vec{u} \cdot \nabla T)]_n \right. \\ & - w \theta \Delta t (\kappa \nabla^2 T - Q)_{n+1} - w (1 - \theta) \Delta t (\kappa \nabla^2 T - Q)_n \\ & \left. + w (1 - \theta) \Delta t^2 (\vec{u} \cdot \nabla Q)_n \right\} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

Pour tous les termes en dérivées secondes, une intégration par partie est réalisée :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} w \nabla \cdot [\vec{u}(\vec{u} \cdot \nabla T)] d\Omega = & - \int_{\Omega} (\vec{u} \cdot \nabla w) (\vec{u} \cdot \nabla T) d\Omega \\ & + \int_{\Gamma} w (\vec{u} \cdot \nabla T) (\vec{u} \cdot \vec{\zeta}) d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

$$\int_{\Omega} w \nabla^2 T d\Omega = - \int_{\Omega} \nabla w \cdot \nabla T d\Omega + \int_{\Gamma} w (\vec{\zeta} \cdot \nabla T) d\Gamma \quad (\text{II.25})$$

Ces deux équations utilisent respectivement le théorème de la divergence et la première identité de Green pour transformer les intégrales sur  $\Omega$  en intégrales sur sa limite  $\Gamma$  de normale extérieure  $\vec{\zeta}$ . Ces deux équations sont ensuite réintroduites dans l'équation (II.23) pour donner la formulation variationnelle finale :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} & \left\{ w(T_{n+1} - T_n) + w\Delta t (\vec{u} \cdot \nabla T)_n + \frac{\Delta t^2}{2} (\vec{u} \cdot \nabla w) (\vec{u} \cdot \nabla T)_n \right. \\ & + \theta \Delta t (\kappa \nabla w \cdot \nabla T + wQ)_{n+1} + (1 - \theta) \Delta t (\kappa \nabla w \cdot \nabla T + wQ)_n \\ & \left. + (1 - \theta) w \Delta t^2 (\vec{u} \cdot \nabla Q)_n \right\} d\Omega = \\ \int_{\Gamma} & w \Delta t \vec{\zeta} \cdot \left\{ \frac{\Delta t}{2} (\vec{u} \cdot \nabla T)_n \vec{u}_n + \kappa [\theta \nabla T_{n+1} + (1 - \theta) \nabla T_n] \right\} d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

Dans le logiciel *FreeFEM++*, il est possible d'imposer le gradient de température sur la limite  $\Gamma$  du domaine. Cependant, en l'absence d'indication, le logiciel réalise par défaut pour n'importe quelle variable  $\vec{z}$  :

$$\int_{\Gamma} \nabla \vec{z} d\Gamma = 0 \quad (\text{II.27})$$

C'est à dire que le gradient d'une variable est nul perpendiculairement à la limite (Hecht et al., 2008). L'intégrale sur la limite  $\Gamma$  est donc identiquement nulle.

### II.2.3 Modèle mécanique

Les équations de conservation du moment (II.13) et de la masse (II.12) sont résolues de manière conjointe par une *méthode de pénalisation*. Il s'agit d'une méthode classique de résolution des équations de Stokes qui s'applique très bien à un fluide incompressible. Le principe de base est de minimiser une fonction qui est soumise à la contrainte d'une autre fonction (Reddy, 1993). Dans le cas présent, l'équation de conservation du moment

(II.13) est contrainte par l'équation de conservation de la masse (II.12). Ici, les inconnues sont la vitesse,  $\vec{u}$  et la pression,  $P$ , imposée par le fluide.

D'après l'approximation de Boussinesq (II.12), nous pouvons écrire (Turcotte et Schubert, 1982) :

$$\nabla (\nabla \cdot \vec{u}) = 0 \quad (\text{II.28})$$

et donc le premier membre de l'équation de conservation du moment (II.13) devient :

$$\nabla \cdot (\nabla \vec{u} + {}^T \nabla \vec{u}) = \nabla^2 \vec{u} \quad (\text{II.29})$$

L'équation de conservation du moment (II.13) se réécrit donc :

$$\mu \nabla^2 \vec{u} - \nabla P - RaT \vec{e}_y = 0 \quad (\text{II.30})$$

L'équation précédente (II.30) est alors réécrite sous une formulation variationnelle en considérant  $\vec{v}$  comme la fonction de Lagrange associée à  $\vec{u}$  :

$$\int_{\Omega} \vec{v} \cdot (\mu \nabla^2 \vec{u} - \nabla P - RaT \vec{e}_y) d\Omega = 0 \quad (\text{II.31})$$

L'intégration par parties de l'expression précédente et l'application du théorème de la divergence conduisent à (Hecht et al., 2008) :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (\mu \nabla \vec{u} \cdot \nabla \vec{v} - P \nabla \cdot \vec{v} + RaT \vec{v} \cdot \vec{e}_y) d\Omega \\ - \int_{\Gamma} [\mu (\vec{v} \cdot \nabla \vec{u}) - P \vec{v}] \cdot \vec{\zeta} d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

L'équation de conservation de la masse (II.12) est également transformée en formulation variationnelle avec  $q$  la fonction de la Lagrange pour cette équation :

$$\int_{\Omega} q \nabla \cdot \vec{u} d\Omega = 0 \quad (\text{II.33})$$

Nous cherchons donc à résoudre l'équation de conservation du moment ainsi développée (II.32) en respectant l'équation (II.33). La seconde équation est pénalisée de manière à faire apparaître un terme de pression pour rendre le problème plus symétrique. On pénalise (II.33) en ajoutant un terme :

$$\int_{\Omega} q \nabla \cdot \vec{u} d\Omega - \int_{\Omega} \frac{1}{\gamma} P q d\Omega \approx 0 \quad (\text{II.34})$$

où  $\gamma$  est un paramètre sans dimension, appelé *paramètre de penalty*. Le choix de ce paramètre est totalement empirique et doit être suffisamment grand pour vérifier l'équation (II.34).

L'introduction de l'équation (II.34) dans l'équation précédente (II.32) conduit à :

$$\int_{\Omega} \left[ \mu \nabla \vec{u} \cdot \nabla \vec{v} + P \left( \frac{q}{\gamma} - \nabla \cdot \vec{v} \right) - q \nabla \cdot \vec{u} + Ra T \vec{v} \cdot \vec{e}_y \right] d\Omega - \int_{\Gamma} [\mu (\vec{v} \cdot \nabla \vec{u}) - P \vec{v}] \cdot \vec{\zeta} d\Gamma = 0$$

Les conditions limites sont choisies de telle manière que l'intégrale sur  $\Gamma$  soit nulle.

## II.3 Rhéologie

La rhéologie permet de décrire les déformations et l'écoulement d'un fluide sous l'effet de la contrainte. Dans le cas des matériaux terrestres, ce fluide a un comportement qui varie en fonction de plusieurs paramètres tels que la température et la teneur en eau. Des études récentes ont montré que l'utilisation d'une rhéologie non-newtonienne permettait de mieux décrire le comportement du fluide dans le manteau terrestre, notamment en ce qui concerne la dynamique du coin du manteau (p.e. Eberle et al., 2002).

### II.3.1 Influence de la température

Pour décrire la viscosité des roches du manteau et de la croûte, nous utilisons une combinaison entre une viscosité non-newtonienne,  $\mu_v$ , et une viscosité cassante,  $\mu_b$ . La viscosité non-newtonienne est décrite comme une loi de puissance (p.e. Arcay et al., 2005 ; Doin et Henry, 2001) :

$$\mu_v = A_0 \exp \left( \frac{E_a + V_a P}{n_v R T} \right) \dot{\epsilon}_{II}^{\frac{1}{n_v} - 1} \quad (\text{II.35})$$

où  $A_0$  est un facteur préexponentiel,  $E_a$  l'énergie d'activation,  $V_a$  le volume d'activation,  $R$  la constante des gaz parfaits, et  $P$  la pression hydrostatique. Le second invariant du tenseur des taux de déformation  $\dot{\epsilon}_{II}$  est défini par :

$$\dot{\epsilon}_{II} = \sqrt{Tr(\dot{\epsilon})/2} \quad (\text{II.36})$$

où  $Tr(\dot{\epsilon})$  est la trace du tenseur des taux de déformation. La loi de viscosité (II.35) autorise des valeurs très élevées, voire irréalistes, tendant vers l'infini, notamment pour des températures faibles dans la lithosphère. Pour cette raison, nous bornons cette viscosité par une rhéologie cassante (Arcay et al., 2005) :

$$\mu_b = \tau_y \left( \frac{\dot{\epsilon}^{\frac{1}{n_p - 1}}}{\dot{\epsilon}_{ref}^{\frac{1}{n_p}}} \right) \quad (\text{II.37})$$

où  $\tau_y$ , est la contrainte de cisaillement dans le domaine pseudo-cassant, fonction de la cohésion en surface,  $\tau_0$  et d'un paramètre de composition,  $\gamma_c$ .

$$\tau_y = \tau_0 + \gamma_c \rho_m g z \quad (\text{II.38})$$

Afin de déterminer la viscosité effective des roches,  $\mu$ , nous utilisons une moyenne harmonique définie par :

$$\mu = \left( \frac{1}{\mu_\nu} + \frac{1}{\mu_b} \right)^{-1} \quad (\text{II.39})$$

D'après l'équation (II.39), la viscosité effective dépend principalement du minimum entre la viscosité non-newtonienne et la viscosité cassante lorsque celles-ci prennent des valeurs très différentes. L'ensemble du calcul se faisant sans dimension, cette valeur de viscosité est adimensionnée par la viscosité de référence  $\mu_0$ .

### II.3.2 Influence de l'eau

La présence d'eau affaiblit de manière significative la résistance des roches de la croûte et du manteau. De nombreuses études, particulièrement sur l'olivine, ont montré cet affaiblissement (p.e. Hirth et Kohlstedt, 1996 ; Mei et Kohlstedt, 2000). Nous paramétrons ici l'effet de l'eau sur la viscosité en suivant la méthode de Arcay et al. (2005) qui utilise une décroissance du paramètre préexponentiel,  $A_0$  dans l'équation (II.35).

$$A_0 = A_0^{dry} \left( \left[ 1 - \frac{1}{f_\nu} \right] \exp \left( - \frac{[OH^-]}{[OH^-]_0} \right) + \frac{1}{f_\nu} \right) \quad (\text{II.40})$$

où  $A_0^{dry}$  est la valeur du paramètre préexponentiel dans des conditions sèches,  $[OH^-]$  est la teneur en eau exprimée en pourcentage massique (wt%) et  $[OH^-]_0$  est une teneur en eau de référence de 620 ppm (0,062 wt%) (Arcay et al., 2005). Le paramètre  $f_\nu$  représente le contraste maximum apporté au facteur préexponentiel. La représentation graphique de l'équation (II.40) (Figure II.5) démontre que, le contraste de viscosité maximum est égal à  $f_\nu$ , pour des teneurs en eau supérieures à 0,42 wt%. Notons que la réduction du facteur préexponentiel n'affecte que la viscosité  $\mu_\nu$ .

Dans la région du coin du manteau, les valeurs de teneur en eau peuvent varier de 0 à 0,18 wt% entre 0 et 8 GPa (voir chapitre I section I.2.3). Dans cet espace ainsi délimité, la viscosité ne peut varier que d'un facteur de 20 à 100. De plus, au delà d'une valeur de 50 pour le contraste de viscosité,  $f_\nu$ , la variation de viscosité ne peut pas dépasser un facteur 100 (Figure II.5).



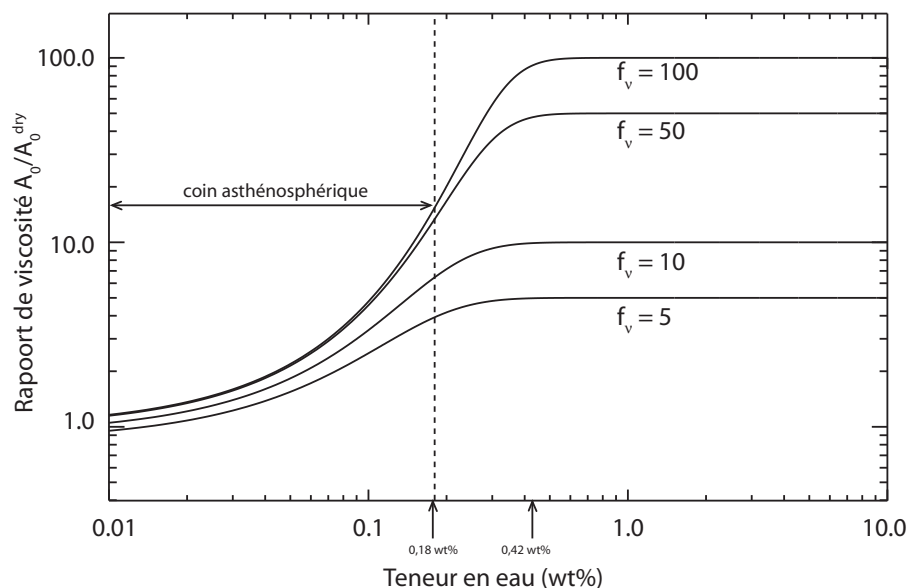


FIG. II.5 – Rapport de viscosité  $A_0/A_0^{dry}$ , pour différentes valeurs de  $f_v$  (5, 10, 50 et 100), en fonction de la teneur en eau. Le paramètre  $f_v$  représente le contraste maximum correspondant à des teneurs en eau supérieures à 0,42 wt%. Les teneurs en eau rencontrées dans le coin du manteau terrestre, à l’aplomb des zones de subduction, sont identifiées par les deux lignes pointillées. (modifié d’après Arcay et al., 2005)

## II.4 Méthode des traceurs

Pour introduire l’effet de l’eau et de la minéralogie sur la viscosité des silicates, nous incorporons des traceurs au modèle (Tackley et King, 2003). Un traceur est une particule fictive identifiée dans le modèle par ses coordonnées en  $x$  et  $y$ . A chacun d’entre eux sont associées une valeur de composition minéralogique et de teneur en eau. Nous définissons une grille de cellules régulières dans laquelle sont répartis de manière aléatoire sept traceurs (Figure II.6). Le choix de cette quantité de traceurs sera explicité dans le chapitre III.5.

Au début de la simulation, les traceurs de la croûte subductante sont saturés en eau. Ils sont ensuite soumis au champ de vitesse et le déplacement est assuré par l’équation de transport :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla C = 0 \quad (\text{II.41})$$

où  $C$  représente la minéralogie et la teneur en eau. Cette équation est résolue en suivant un schéma de type Runge-Kutta à l’ordre 4 (Tackley et King, 2003). Cette méthode repose sur le principe des itérations successives. On utilise les itérations précédentes pour calculer une solution de plus en plus précise. La position d’un traceur,  $\vec{x}$ , est obtenue par

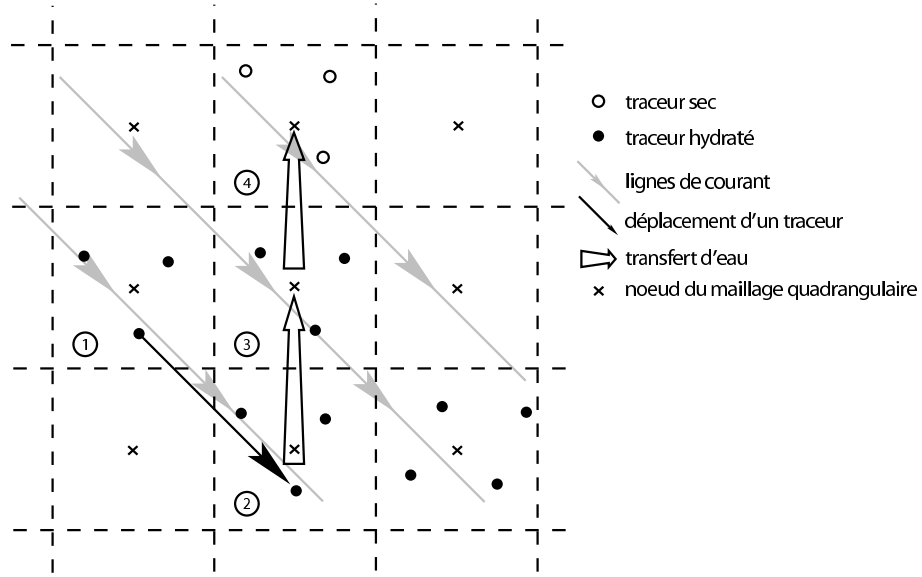


FIG. II.6 – Schéma de principe de fonctionnement de la méthode des traceurs. Une grille de cellules régulières est représentée par les lignes pointillées. Dans chacune des cellules, sept traceurs sont introduits. Une valeur est attribuée à chaque traceur pour identifier sa composition minéralogique (exemples : 1, croûte ; 2, manteau). Au début d'une simulation, les traceurs de la croûte océanique subductante sont saturés en eau (cellule n°1). Au cours du calcul, les traceurs se déplacent au sein de la grille en fonction du champ de vitesse (ligne grise). Le déplacement d'un traceur est obtenu en résolvant l'équation de transport (II.41) par une méthode de Runge Kutta à l'ordre 4 (flèche noire, cellule n°2). Le traceur est amené à changer de cellule et donc de conditions de pression et de température. Si, d'après le diagramme de phase correspondant à la composition du traceur, celui-ci se retrouve sur-saturé en eau, l'excédent est transmis à la cellule immédiatement supérieure et réparti de manière homogène parmi tous les traceurs de la cellule d'arrivée (cellule n°3). Si les traceurs de cette cellule sont déjà saturés en eau, l'eau en excès passe à la cellule supérieure jusqu'à ce qu'elle soit complètement captée par les minéraux (cellule n°4). Dans le cas où elle atteint la surface, l'eau en excès est retirée de la grille. Le calcul est réalisé pour chacun des traceurs et chaque cellule de la grille prend pour valeur la moyenne de tous les traceurs présents. Ces valeurs de teneur en eau sont transmises à un maillage dont les nœuds correspondent au centre de chacune des cellules (voir la figure II.7).

la relation :

$$\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n + \frac{\vec{k}_1 + 2\vec{k}_2 + 2\vec{k}_3 + \vec{k}_4}{6} \quad (\text{II.42})$$

où  $\vec{k}_1$ ,  $\vec{k}_2$ ,  $\vec{k}_3$  et  $\vec{k}_4$  sont les positions successives obtenues pour des itérations intermédiaires :

$$\begin{aligned}
\vec{k}_1 &= \Delta t \vec{u}(t; \vec{x}_n) \\
\vec{k}_2 &= \Delta t \vec{u}\left(t + \frac{\Delta t}{2}; \vec{x}_n + \frac{\vec{k}_1}{2}\right) \\
\vec{k}_3 &= \Delta t \vec{u}\left(t + \frac{\Delta t}{2}; \vec{x}_n + \frac{\vec{k}_2}{2}\right) \\
\vec{k}_4 &= \Delta t \vec{u}\left(t + \Delta t; \vec{x}_n + \vec{k}_3\right)
\end{aligned}$$

À chaque itération de temps, nous recalculons les conditions de pression et de température des traceurs. Si dans ces nouvelles conditions le traceur est saturé en eau, l'eau en excès est libérée. Dans ce cas, l'eau perdue migre verticalement jusqu'à ce qu'elle soit captée par les minéraux (Peacock, 1987). La vitesse de migration du fluide est donc supposée instantanée. Cependant, bien que les données sur la destabilisation des éléments radioactifs indiquent un transfert rapide (quelques milliers d'années d'après Turner et al., 2000, 2006), il est difficile d'estimer la vitesse réelle de migration du fluide (Peacock, 1996).

Dans la pratique, l'eau en excès est transmise à la cellule supérieure et répartie de manière homogène parmi les traceurs présents dans la cellule d'arrivée (Figure II.6). Si tous les traceurs de cette cellule sont déjà saturés en eau, l'eau en excès est transmise à la cellule immédiatement supérieure et ainsi de suite jusqu'à ce que l'eau soit entièrement captée ou extraite à la surface. Une fois les transferts d'eau réalisés, chaque cellule de la grille prend la valeur moyenne des traceurs présents dans la cellule.

Les valeurs des cellules ainsi obtenues sont transférées sur un second maillage, dont les coordonnées des noeuds correspondent au centre des cellules de la grille. Les coordonnées spatiales de ce nouveau maillage sont directement superposables au maillage triangulaire sur lequel est réalisé le calcul en éléments finis (Figure II.7). Le logiciel permet d'interpoler entre les noeuds des différents maillages de manière immédiate. Les valeurs de teneur en eau peuvent ainsi être transférées sur le maillage destiné aux éléments finis pour son introduction dans le calcul de la viscosité.

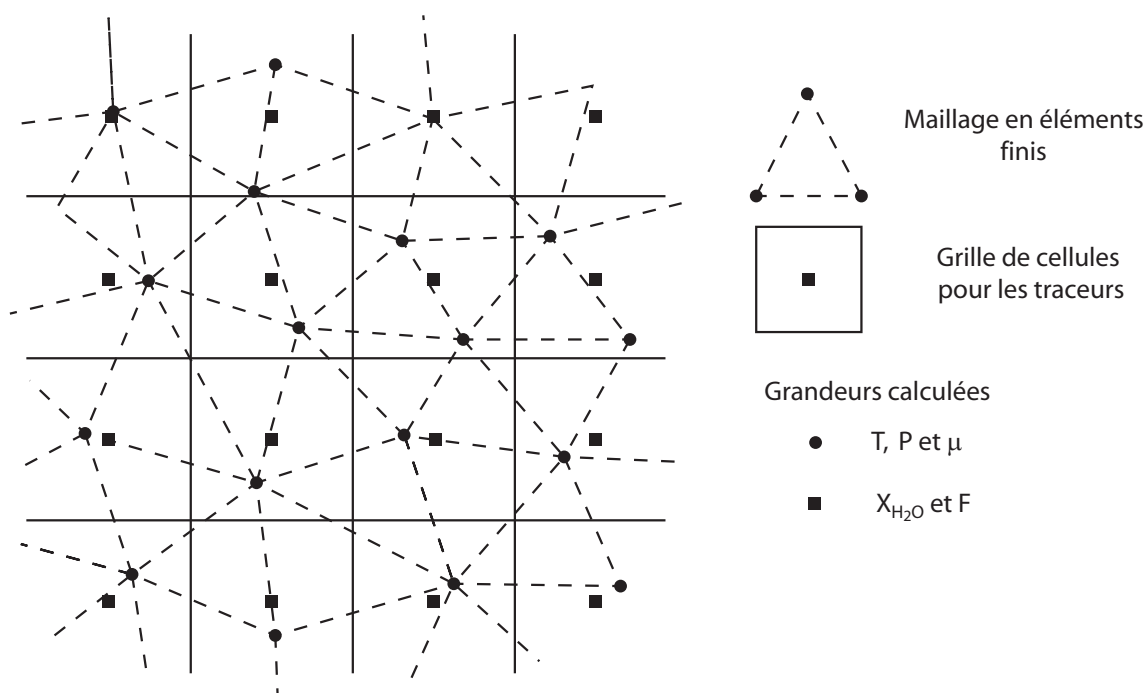


FIG. II.7 – Exemple de superposition d’un maillage triangulaire (lignes pointillées) et d’un maillage quadrangulaire (lignes pleines). Le maillage triangulaire est obtenu par une méthode de triangulation de type Voronoï/Delaunay (Hecht et al., 2008). Les équations de la mécanique des fluides sont résolues sur ce type de maillage par la méthode des éléments finis (lignes pointillées). Le maillage quadrangulaire symbolise la grille de traceurs avec au centre le noeud où sont calculés la teneur en eau moyenne,  $X_{H_2O}$ , et ultérieurement le taux de fusion partielle,  $F$ . Le passage d’une grille à l’autre est rendu possible par les capacités d’interpolation du logiciel *FreeFEM++*. La température,  $T$ , la pression,  $P$ , et la viscosité,  $\mu$ , aux noeuds de la grille de traceurs (carrés noirs) sont obtenues par interpolation des valeurs calculées aux noeuds du maillage en éléments finis (cercles noirs).

## II.5 Modèle de fusion partielle

Les données pétrogéochimiques indiquent qu’une part de la production magmatique peut être d’origine anhydre (p.e. Turner et al., 2006 ; Elkins Tanton et al., 2001 ; Gaetani et Grove, 1998). Ces conditions ne sont pas atteintes dans les modèles numériques à viscosité constante. Mais des études récentes (p.e. Cagnioncle et al., 2007 ; van Keken et al., 2002) montrent que ces conditions de fusion anhydre peuvent être réalisées lorsque l’on tient compte de l’influence de la température ou des contraintes sur les variations de la viscosité.

Dans le cas d’un manteau hydraté, les conditions sont moins contraignantes et suffisantes pour engendrer la fusion partielle. De manière générale, un apport de l’ordre de 0,3 wt% d’eau dans le système permet de faire diminuer la température de fusion d’environ

200 °C (Katz et al., 2003). Dans cette section, nous reprenons le paramétrage de Katz et al. (2003). Nous exposerons tout d'abord le paramétrage de la fusion partielle pour un cas anhydre puis dans le cas de la fusion hydratée.

### II.5.1 Modèle de fusion anhydre

Dans le cas de la fusion anhydre, le taux de fusion partielle est principalement fonction de la température,  $T$ , de la pression,  $P$  et de la fraction massique de clinopyroxène, minéral dont le point de fusion est le plus bas. A 2 GPa, les mesures expérimentales indiquent une température de fusion pour le clinopyroxène (diopside) de 1240 °C, contre 1295 °C pour un orthopyroxène (enstatite) et 1410 °C pour une olivine (forstérite) (Kushiro, 1969).

De plus, les modèles de fusion expérimentaux pour une péridotite démontrent que les premiers minéraux à disparaître sont le spinelle et le clinopyroxène (Figure II.8). Lorsque la totalité du clinopyroxène a fondu, le système se met à consommer préférentiellement l'orthopyroxène, ce qui modifie le régime de fusion.

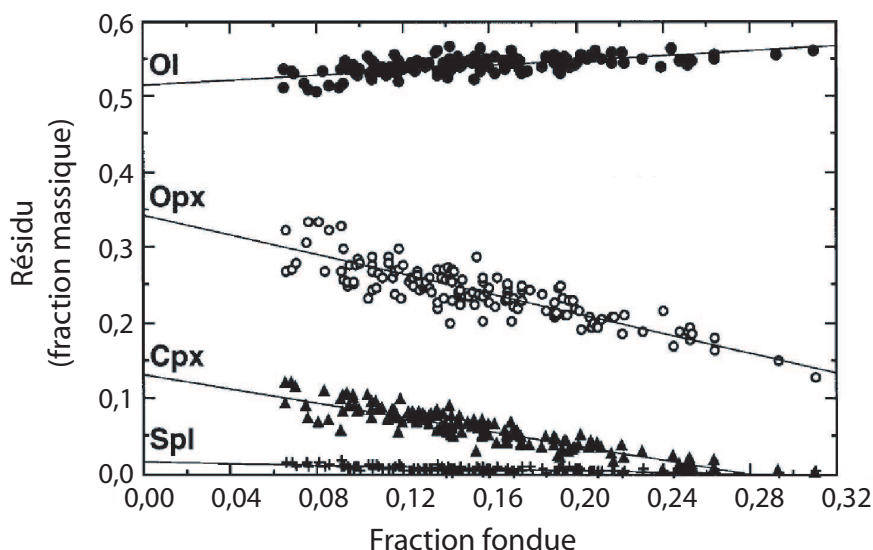


FIG. II.8 – Fraction modale dans le résidu de fusion en fonction du taux de fusion partielle pour des péridotites à spinelle. Mesures expérimentales réalisées à une pression de 2 GPa (d'après Niu, 1997). La fraction modale de clinopyroxène et d'orthopyroxène décroît progressivement au profit de la phase olivine. Le premier minéral à disparaître, autour de 28% de fusion partielle, est le clinopyroxène. Au delà de cette valeur, la réaction de fusion ne consomme que de l'orthopyroxène.

Nous définissons  $F_{cpx}$  comme le taux de fusion partielle à l'équilibre jusqu'à épuisement du clinopyroxène :

$$F_{cpx} = \left[ \frac{T - T_{solidus}}{T_{liquidus}^{lherz} - T_{solidus}} \right]^{\beta_1} \quad (\text{II.43})$$

où  $T_{solidus}$  et  $T_{liquidus}^{lherz}$  sont respectivement la température du solidus d'une péridotite et la température du liquidus pour une lherzolite, déterminées à une pression donnée.

$$T_{solidus} = A_1 + A_2P + A_3P^2 \quad (\text{II.44})$$

$$T_{liquidus}^{lherz} = B_1 + B_2P + B_3P^2 \quad (\text{II.45})$$

Les paramètres  $\beta_1$ ,  $A_i$  et  $B_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), des équations (II.43-II.45) sont tous issus de données expérimentales. Le liquidus de la lherzolite est introduit ici pour reproduire le liquidus d'une péridotite constituée uniquement de pyroxène (clinopyroxénite). Cependant, comme une péridotite n'est pas uniquement composée de clinopyroxène, nous introduisons le terme  $F_{cpx-out}$ , qui détermine le taux de fusion partielle à partir duquel la totalité du clinopyroxène a disparu.

$$F_{cpx-out} = \frac{M_{cpx}}{R_{cpx}} \quad (\text{II.46})$$

où  $M_{cpx}$  est la fraction massique de clinopyroxène et  $R_{cpx}(P)$  le coefficient de réaction de ce minéral lors de la fusion :

$$R_{cpx} = r_0 + r_1P, \quad (\text{II.47})$$

Pour des taux de fusion partielle supérieurs à  $F_{cpx-out}$  (28% à 2 GPa dans la figure II.8), la réaction de fusion change et c'est l'orthopyroxène qui fond. Un nouveau taux de fusion partielle est donc défini, qui prend en compte la disparition de la phase solide de clinopyroxène ainsi que la température,  $T_{cpx-out}$ , à laquelle s'opère cette disparition :

$$F_{opx} = F_{cpx-out} + (1 - F_{cpx-out}) \left[ \frac{T - T_{cpx-out}}{T_{liquidus} - T_{cpx-out}} \right]^{\beta_2} \quad (\text{II.48})$$

où

$$T_{cpx-out} = F_{cpx-out}^{\frac{1}{\beta_1}} (T_{liquidus}^{lherz} - T_{solidus}) + T_{solidus} \quad (\text{II.49})$$

et où  $T_{liquidus}$  est la valeur du liquidus dans le système péridotitique :

$$T_{liquidus} = C_1 + C_2P + C_3P^2 \quad (\text{II.50})$$

Pour une pression et une température données, le taux de fusion partielle est minimum entre l'équation de  $F_{cpx}$  (II.43) et  $F_{opx}$  (II.48) (Figure II.9) soit :

$$F = \begin{cases} F = F_{cpx} & \text{si } F_{cpx} < F_{cpx-out} \\ F = F_{opx} & \text{si } F_{cpx} > F_{cpx-out} \end{cases}$$

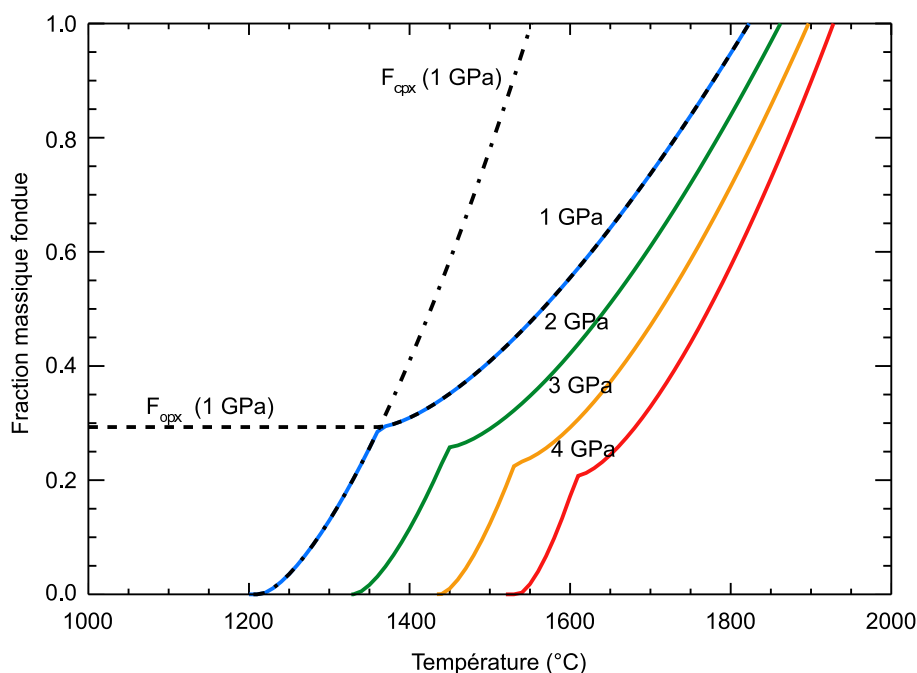


FIG. II.9 – Courbes de fusion anhydre d'un système péridotitique à différentes pressions pour une fraction massique de clinopyroxène de 17% (cf. Equations (II.43) et (II.48)). À 2 GPa, le changement de réaction se produit aux alentours de 26% de fusion partielle, ce qui correspond à 2% près aux données expérimentales de Niu (1997) pour la disparition du clinopyroxène (Figure II.8)

## II.5.2 Modèle de fusion hydratée

Le modèle de Katz et al. (2003) reprend le paramétrage du modèle anhydre et l'étend à un modèle hydraté en diminuant les températures de solidus et de liquidus calculées précédemment d'une valeur  $\Delta T(X_{H_2O})$ . Elle est fonction de la fraction massique d'eau,  $X_{H_2O}$ , dans le système :

$$T_{solidus} \rightarrow T_{solidus} - \Delta T(X_{H_2O}) \quad (II.51)$$

$$T_{liquidus}^{lherz} \rightarrow T_{liquidus}^{lherz} - \Delta T(X_{H_2O}) \quad (II.52)$$

$$T_{liquidus} \rightarrow T_{liquidus} - \Delta T(X_{H_2O}) \quad (II.53)$$

Pour déterminer les teneurs en eau du système, nous avons besoin de connaître la température, la pression et la composition minéralogique du système. Les deux premiers termes sont déjà connus grâce au modèle thermomécanique. La composition minéralogique et la teneur en eau maximum que peut accepter l'assemblage nous sont fournies par les diagrammes de phase. La variation de température  $\Delta T(X_{H_2O})$  est donc fonction de la

saturation en eau, tel que :

$$\Delta T(X_{H_2O} = 0) = 0 \quad (\text{II.54})$$

$$\Delta T(X_{H_2O} \geq X_{H_2O}^{sat}) = \Delta T(X_{H_2O}^{sat}) \quad (\text{II.55})$$

Pour déterminer l'impact de l'eau sur la variation de température, Katz et al. (2003) établissent une relation dont les paramètres  $K_\delta$  et  $\zeta$  sont déduits de données expérimentales. La relation est la suivante :

$$\Delta T(X_{H_2O}) = K_\delta X_{H_2O}^\zeta, \quad 0 < \zeta < 1 \quad (\text{II.56})$$

Pour le calcul du solidus saturé en eau, Katz et al. 2003 utilisent :

$$X_{H_2O}^{sat} = \chi_1 P^\lambda + \chi_2 P, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (\text{II.57})$$

Les données géochimiques indiquent que l'eau se comporte comme un élément incompatible, ce qui signifie qu'elle s'associe préférentiellement à la partie liquide. La répartition de l'eau entre la phase solide et la phase liquide peut être modélisée tel que :

$$X_{H_2O} = \frac{X_{H_2O}^{bulk}}{D_{H_2O} + F(1 - D_{H_2O})} \quad (\text{II.58})$$

où  $X_{H_2O}^{bulk}$  est la fraction massique d'eau présente dans le système,  $X_{H_2O}$  la fraction massique d'eau dans le liquide magmatique,  $D_{H_2O}$  le coefficient de partage de l'eau entre la phase solide et la phase liquide et  $F$  le taux de fusion partielle. Il faut noter que, dans ce paramétrage, le terme  $F_{cpx-out}$  n'est pas influencé par la présence d'eau dans le système. Par contre, les deux équations (II.43) et (II.48) sont modifiées de la manière suivante :

$$F_{cpx} = \left[ \frac{T - T_{solidus} + \Delta T(X_{H_2O})}{T_{liquidus}^{lherz} - T_{solidus}} \right]^{\beta_1} \quad (\text{II.59})$$

et

$$F_{opx} = F_{cpx-out} + (1 - F_{cpx-out}) \left[ \frac{T - T_{cpx-out} + \Delta T(X_{H_2O})}{T_{liquidus} - T_{cpx-out}} \right]^{\beta_2} \quad (\text{II.60})$$

Comme le terme de fusion partielle intervient dans le calcul du partitionnement de l'eau (II.58), la résolution simultanée des équations (II.58) à (II.60) nécessite l'emploi d'une méthode itérative. Concrètement, une valeur de  $F$  est choisie arbitrairement pour le calcul de l'équation (II.58). Si le taux de fusion obtenu par résolution du système d'équation est trop éloigné de la solution de départ, alors la valeur n'est pas retenue. Par contre, si elle est suffisamment proche, alors le taux de fusion est retenu et le calcul s'arrête. Une précision de 0,01% est fixée sur l'estimation du taux de fusion partielle. Les données utiles à la résolution des équations pour la fusion partielle (II.43-II.60) sont reportées dans le tableau II.1.



TAB. II.1 – Résumé des valeurs des paramètres pour le calcul de la fusion partielle issues de Katz et al. (2003).

Paramètres	Equations à résoudre	Valeur	Unité
$A_1$	$T_{solidus}$ (II.44)	1085.7	°C
$A_2$		132.9	°C GPa <sup>-1</sup>
$A_3$		-5.1	°C GPa <sup>-2</sup>
$B_1$	$T_{liquidus}^{lherz}$ (II.45)	1475.0	°C
$B_2$		80.0	°C GPa <sup>-1</sup>
$B_3$		-3.2	°C GPa <sup>-2</sup>
$C_1$	$T_{liquidus}$ (II.50)	1780.0	°C
$C_2$		45.0	°C GPa <sup>-1</sup>
$C_3$		-2.0	°C GPa <sup>-2</sup>
$r_1$	$R_{cpx}$ (II.47)	0.50	cpx/melt
$r_2$		0.08	cpx/melt/GPa
$\beta_1$	$F$ (II.43 et II.59)	1.50	
$\beta_2$	(II.48 et II.60)	1.50	
$K_\delta$	$\Delta T(X_{H_2O})$ (II.56)	43	°C wt% <sup>-<math>\zeta</math></sup>
$\zeta$		0.75	
$D_{H_2O}$		0.01	
$\chi_1$	$X_{H_2O}^{sat}$ (II.57)	12.00	wt% GPa <sup>-<math>\lambda</math></sup>
$\chi_2$		1.00	wt% GPa <sup>-1</sup>
$\lambda$		0.60	

### II.5.3 Influence du partitionnement de l'eau

#### Dépendance en pression du partitionnement de l'eau

Le coefficient de partage de l'eau entre la phase solide et la fraction fondue correspond au rapport des solubilités dans ces deux domaines (Hirth et Kohlstedt, 1996).

$$D_{H_2O} \approx \frac{X_{H_2O}^{bulk}}{X_{H_2O}} \quad (\text{II.61})$$

Ce paramètre est donc normalement dépendant des conditions de pression et de température. Dans leurs travaux, Katz et al. (2003) comparent l'eau à un élément fortement incompatible comme le Césium et utilisent un coefficient de partage indépendant de la température et de la pression de 0,01.

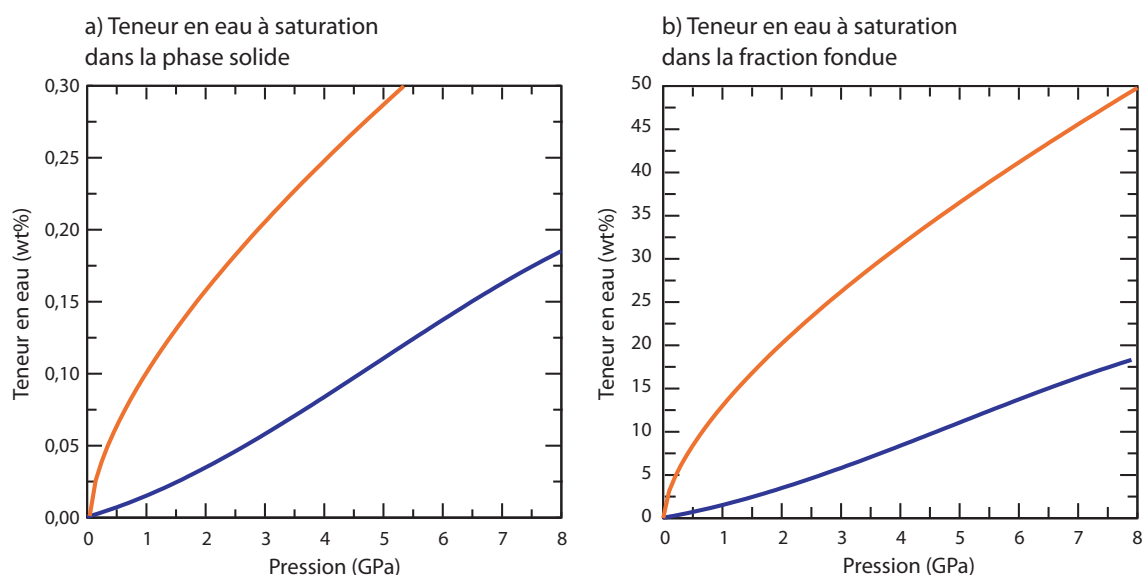


FIG. II.10 – Teneur en eau à saturation dans la phase solide (a) et dans la phase liquide pour un coefficient de partage de 0,01 (b). La courbe bleue est la teneur en eau dissoute dans notre modèle et la courbe rouge est la teneur en eau déduite du modèle de Katz et al. (2003).

Dans notre modèle, la teneur en eau dans le faciès de la lherzolite est modélisée par une fonction dépendante de la pression (Figure II.10 a). Celle-ci croît lentement pour atteindre un seuil de 0,23 wt% au delà de 10 GPa. Par opposition, la solubilité de l'eau dans le magma, avec le paramétrage de Katz et al. (2003), croît très rapidement. Si l'on utilisait un coefficient de partage de 0,01, nous serions toujours dans des conditions de sous-saturation dans la phase liquide (Figure II.10 b). Nous ne pourrions donc jamais atteindre les conditions de fusion à saturation.

Pour résoudre cette difficulté, Arcay et al. (2005, 2007) proposent un coefficient de partage dépendant de la pression. Il est déterminé par le rapport entre la saturation de l'eau dissoute dans la péridotite et la saturation en eau dans le magma silicaté proposé par Katz et al. (2003).

Ce nouveau coefficient de partage est inférieur d'un facteur 10 à 100 par rapport aux données de la littérature (Figure II.11 ; Hirth et Kohlstedt, 1996 ; Asimow et al., 2004 ; Aubaud et al., 2004).

Cet écart est probablement dû à une sous-estimation des teneurs en eau dissoutes dans notre modèle ou à une sur-estimation des teneurs en eau utilisées par Katz et al. (2003) (Arcay et al., 2007).

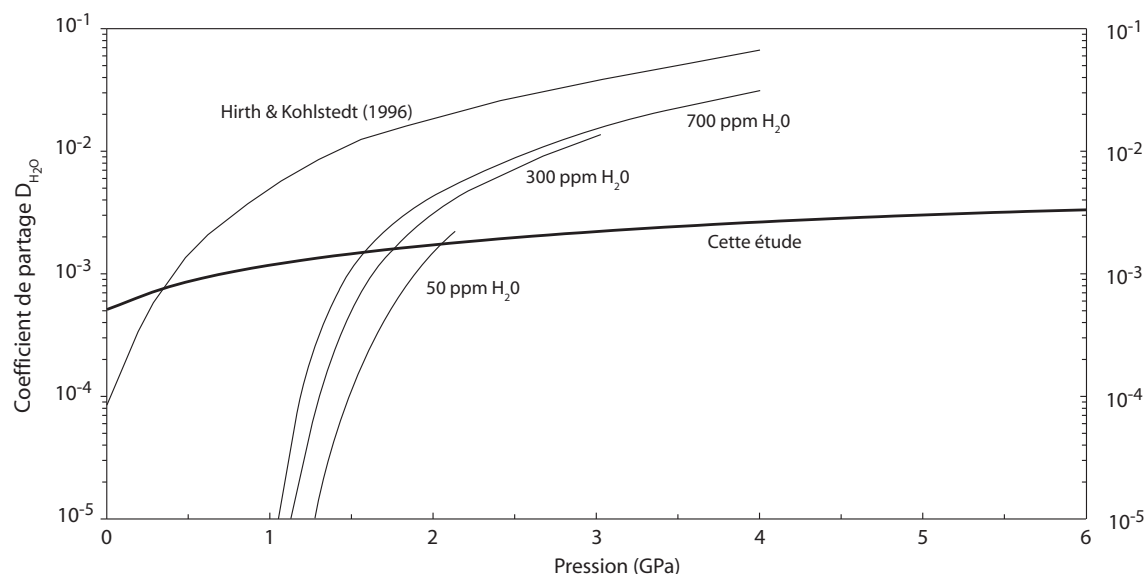


FIG. II.11 – Variation du coefficient de partage de l'eau dans une péridotite en fonction de la pression dans notre étude. Celui-ci est comparé au coefficient de partage déterminé par (Hirth et Kohlstedt, 1996) pour différentes teneur en eau globale.

### Saturation en eau globale au delà du solidus

Dans le domaine de pression et de température de la fusion hydratée, le degré de fusion est maximal lorsque la teneur en eau disponible dans la péridotite est suffisante pour saturer le magma en eau. La teneur en eau à saturation dans le magma est donnée par la relation (II.57) (Figure II.10 b) et dépend uniquement de la pression.

À partir du taux de fusion hydratée maximal (Figure II.12), nous pouvons donc déterminer la teneur en eau initialement présente dans la péridotite pour saturer le magma en eau. Ce diagramme reconstitue la teneur en eau maximale que peut accepter un traceur dans les modèles de subduction (Figure II.13).

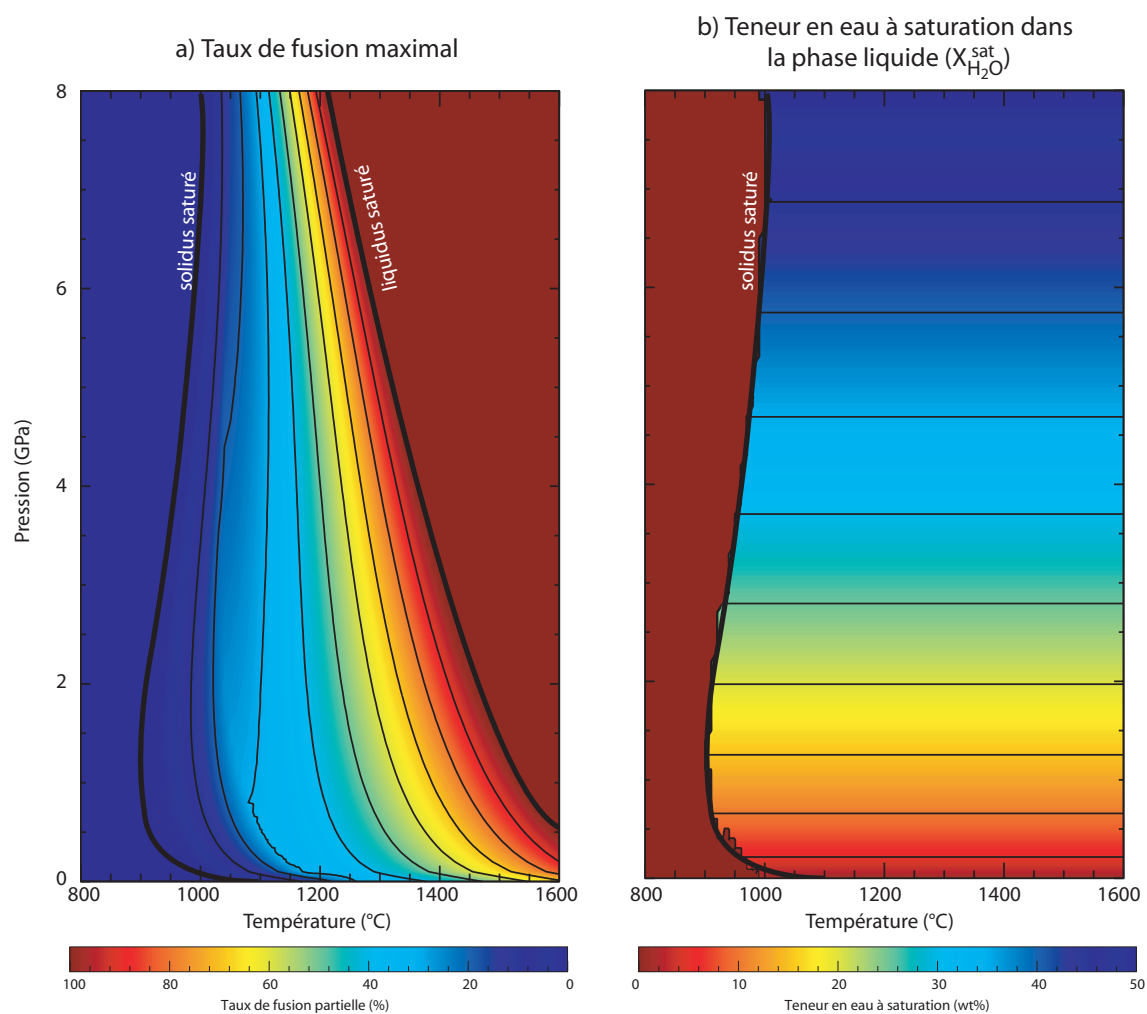


FIG. II.12 – Taux de fusion partielle maximal (a) et teneur en eau à saturation dans la phase liquide,  $X_{H_2O}^{sat}$  (b). À partir de ces deux modèles, il est possible de remonter à la teneur en eau maximale que peut accepter la péridotite dans le domaine de fusion partielle (équation II.58)

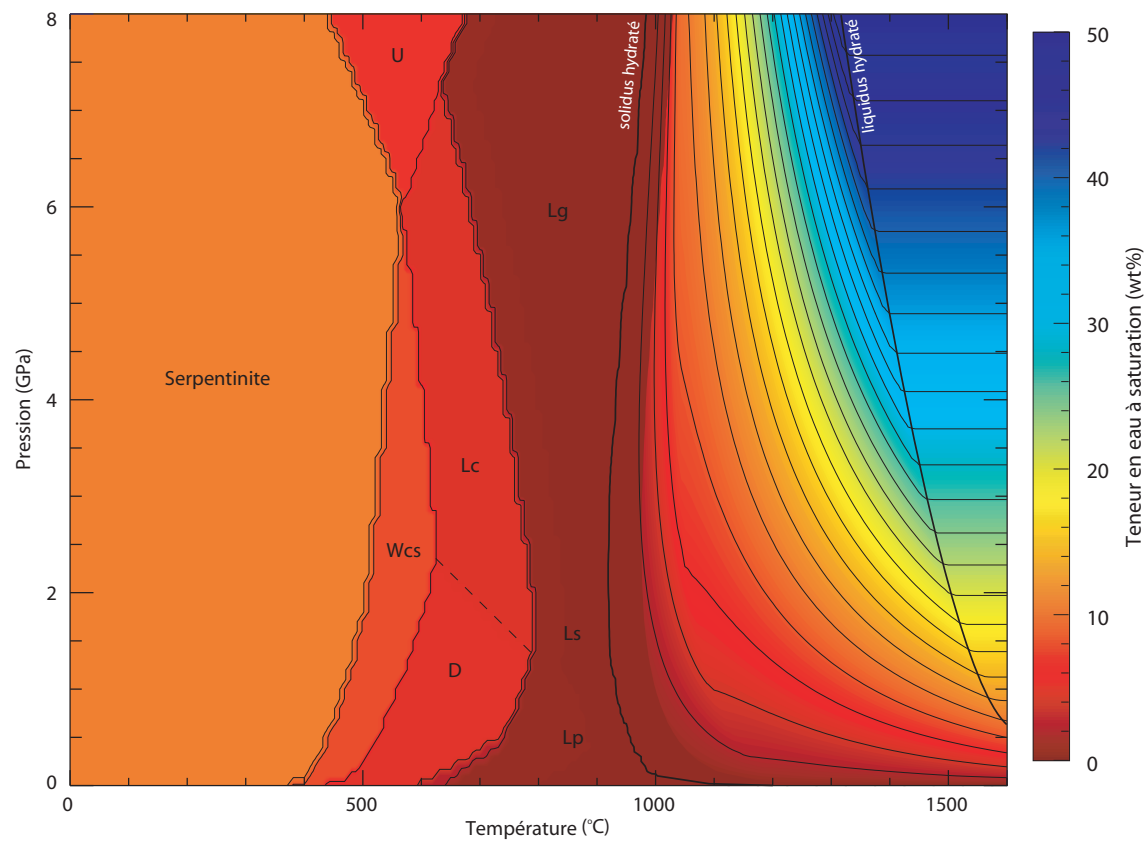


FIG. II.13 – Teneur en eau maximale que peut accepter la lherzolite pour les différents faciès, d'après Hacker et al. (2003), et pour le domaine de fusion partielle d'après Katz et al. (2003) et Arcay et al. (2007).

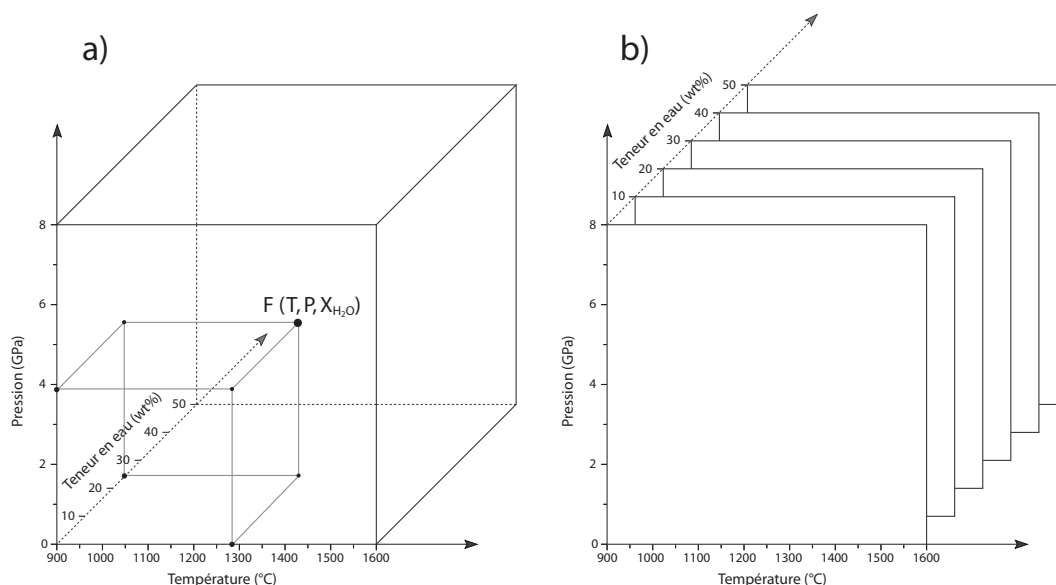


FIG. II.14 – Tableau des valeurs de la fusion partielle qui est fonction de la température, de la pression et de la teneur en eau (a). Le calcul de la fusion partielle est réalisé pour toutes les combinaisons  $(T, P, X_{H_2O})$  du tableau. Pour être intégré à notre modèle, nous divisons ce tableau en trois dimensions (a) en une série de tableaux en deux dimensions (b) pour différentes teneurs en eau.

## II.5.4 Calcul de la fusion partielle et intégration au modèle

Le calcul de la fusion partielle par méthode itérative est extrêmement coûteux en temps de calcul. Pour optimiser le calcul de la fusion partielle, nous générons un tableau en trois dimensions qui est fonction de la température, de la pression et de la teneur en eau (Figure II.14 a). Ces trois paramètres sont déterminés à partir du modèle thermomécanique et de la méthode de traceurs.

Nous explorons l'ensemble des combinaisons possibles pour une température entre 900 et 1600°C, une pression de 0 à 8 GPa et pour des teneurs en eau de 0 à 50 wt%. Ainsi, dans les modèles de subduction, le calcul de la fusion partielle se fait par simple lecture dans ce tableau.

Cette méthode permet de réduire considérablement les temps de calcul de la fusion partielle. Pour notre modèle, nous avons utilisé le logiciel FreeFEM++. Il n'intègre pas la possibilité d'utiliser des tableaux en trois dimensions. Nous avons donc repris ce principe et construit une série de tableaux à deux dimensions pour différentes teneurs en eau (Figure II.14 b). En fonction de la teneur en eau, nous savons quel tableau utiliser et la lecture se fait à partir des valeurs de pression et de température. La superposition de ces tableaux en deux dimensions forme le tableau en trois dimensions (Figure II.14).

L'assemblage de ces différentes parties du modèle forme le code numérique (II.15). Dans le cas de la subduction, les conditions initiales sont déterminées à partir d'un modèle de convection stationnaire. Les équations de la mécanique des fluides et la rhéologie sont déterminées sur le maillage en éléments finis, tandis que les transferts d'eau et la fusion partielle sont calculés sur la grille de traceurs. L'utilisation d'une rhéologie non-newtonienne nécessite de faire converger les solutions de viscosité et du champ de vitesse avant de passer à la résolution de l'équation de conservation de l'énergie. Le calcul de la fusion partielle est réalisé sur la grille des traceurs pour minimiser les erreurs liées à l'interpolation des données de teneurs en eau sur le maillage en éléments finis. Avant de pouvoir s'appliquer à la modélisation des zones de subduction, chacune des parties du modèle est testée à travers des exemples simples.

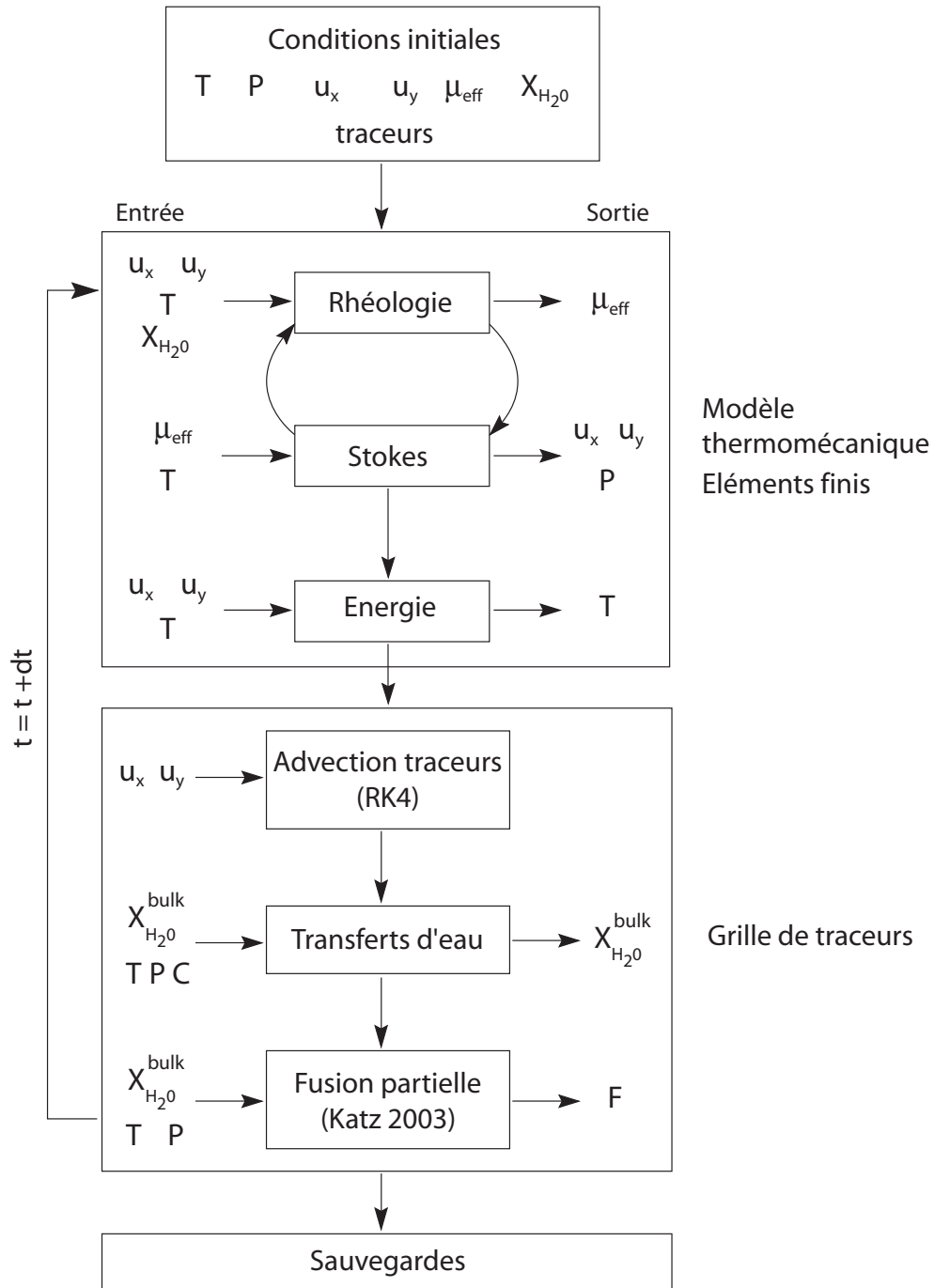


FIG. II.15 – Schéma de fonctionnement du modèle numérique. Le bloc Rhéologie permet de calculer la viscosité dans le coin du manteau en fonction ou non de la teneur en eau initiale. Le calcul des équations de Stokes et de la viscosité est réalisé jusqu'à ce qu'il converge vers une solution stable avant de passer à la résolution de l'équation de conservation de l'énergie. Cette partie du modèle est réalisée sur le maillage en éléments finis. L'advection des traceurs, les transferts d'eau et le calcul de la fusion partielle sont réalisés sur la grille des traceurs. À la fin de ce cycle, le code passe à l'itération suivante. Une sauvegarde est réalisée régulièrement jusqu'à la fin du calcul. La colonne de gauche indique les paramètres qui sont nécessaires d'introduire pour calculer le/les paramètres de sortie dans la colonne de droite avec  $T$  : température,  $u_x$  et  $u_y$  le champ de vitesse,  $P$  la pression,  $X_{H_2O}^{bulk}$  la teneur en eau dans les traceurs,  $C$ , la composition minéralogique,  $F$  le taux de fusion partielle,  $\mu_{eff}$  la viscosité effective.





# Chapitre III

## Validation du modèle

Dans ce chapitre, nous présentons les tests numériques réalisés afin de valider le modèle avant de l'appliquer aux zones de subduction. Dans un premier temps, les équations thermomécaniques sont validées séparément sur des tests simples.

La résolution de l'équation de conservation de la chaleur induit un phénomène de diffusion numérique. Pour contrecarrer cette diffusion, nous avons introduit une méthode de Galerkin (Zienkiewicz et Taylor, 2000). Un modèle de convection pure est donc utilisé pour présenter l'influence de la diffusion numérique et des corrections apportées par notre méthode. Pour résoudre les équations de Stokes, nous avons introduit une méthode de pénalisation (Reddy, 1993). Elle est appliquée à un cas de fluide compressé entre deux plaques en respectant l'approximation de Boussinesq. Les résultats sont comparés à ceux obtenus avec une méthode des gradients conjugués d'Uzawa (Hecht et al., 2008). Cette série d'équations forme le modèle thermomécanique. Il est validé dans son ensemble en réalisant deux tests.

Le premier porte sur un modèle de convection à viscosité thermo-dépendante (Grasset et Parmentier, 1998). Il teste l'influence du paramètre de Rayleigh et du saut de viscosité par rapport à la température moyenne dans la zone convective. Le second porte sur une série de "benchmarks" de modèles de zones de subduction (van Keken et al., 2008). Il permet de tester diverses rhéologies sur le coin du manteau, allant de modèles isovisqueux à des modèles de rhéologie non-newtonienne plus complexe, dépendant de la température et du taux de déformation. Les résultats sont comparés à ceux obtenus par d'autres codes numériques pré-existants.

Un dernier test est réalisé afin de présenter le fonctionnement et la validation de la méthode des traceurs. Il simule la déshydratation d'une croûte océanique basaltique et l'hydratation d'un manteau péridotitique. Celui-ci permet notamment de mettre en évidence les limites de la méthode des traceurs et des sources d'erreur potentielles.

### III.1 Test sur la minimisation de la diffusion numérique

Nous avons présenté dans un chapitre précédent (chapitre II.2.2) une méthode de Galerkin destinée à minimiser l'influence de la diffusion numérique (Zienkiewicz et Taylor, 2000). Le test suivant est destiné à mettre en évidence la qualité du schéma de résolution de l'équation de conservation de l'énergie. Nous employons un modèle de convection pure (sans diffusion) pour une perturbation thermique de forme gaussienne (Figure III.1).

#### III.1.1 Description du modèle

Afin de nous rapprocher de notre échelle d'étude, les paramètres du modèle sont dimensionnés en fonction du manteau supérieur terrestre. Nous définissons une boîte carrée de 600 km de côté. La résolution du maillage est fixée par le nombre d'éléments sur chaque face de la boîte,  $n_\Delta$  (Figure III.1 a). Le nombre d'éléments est ici fixé à 30, ce qui correspond à un nombre de 2120 éléments triangulaires dans la boîte et une hauteur moyenne de 23 km par élément. Un champ de vitesse circulaire est appliqué avec une vitesse de rotation du fluide égale à  $0,6667 \text{ rad.Ma}^{-1}$  (Figure III.1 b). Le centre de la perturbation thermique se déplace à une vitesse de  $100 \text{ km/Ma}^{-1}$ , ce qui est du même ordre de grandeur que le déplacement des plaques à la surface de la Terre. Le temps nécessaire à la perturbation thermique pour accomplir une révolution complète est de 9,42 Ma. La forme de la perturbation est de type gaussien avec une intensité maximale de  $1500^\circ\text{C}$ .

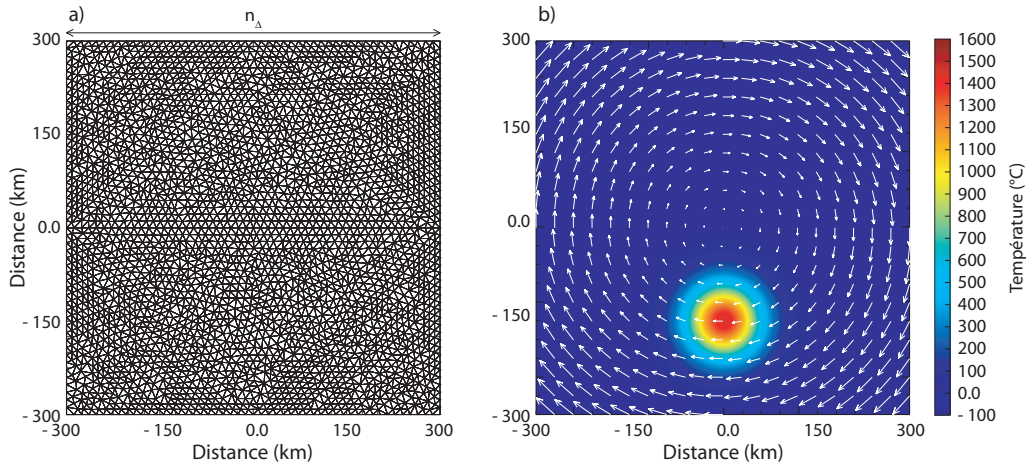


FIG. III.1 — a) Maillage utilisé pour le test de convection pure d'une perturbation thermique. La résolution du maillage est imposée par le nombre d'éléments triangulaires sur chaque face de la boîte, ici à  $n_\Delta = 30$  (soit 2120 éléments triangulaires). b) Champs de température et de vitesse initiaux. La vitesse de rotation du fluide est égale à  $0,6667 \text{ rad.Ma}^{-1}$ , ce qui correspond à une vitesse de déplacement de  $100 \text{ mm.an}^{-1}$  pour le centre de la perturbation.

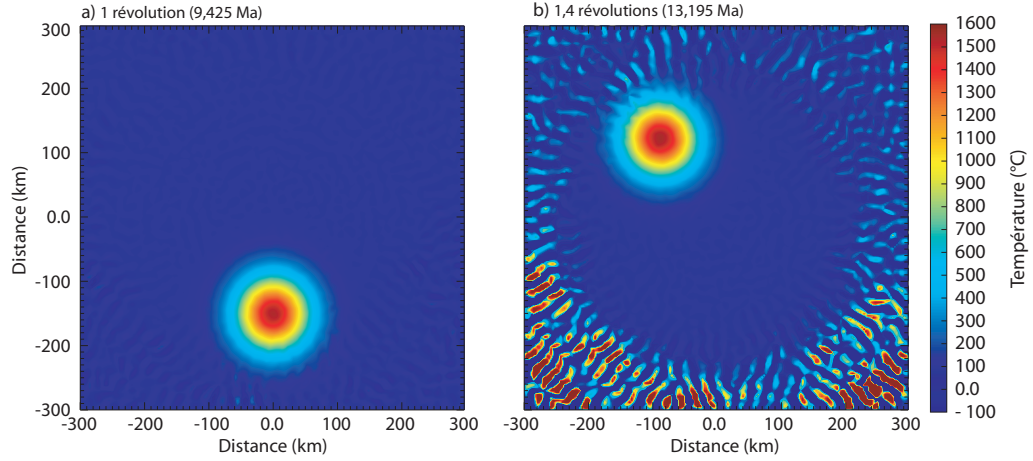


FIG. III.2 — a) Position de la perturbation thermique après une révolution. De petites erreurs sont apparues sur les bords de la boîte. b) Position de la perturbation thermique après 1,4 révolutions. Les erreurs se sont propagées à l'ensemble de la boîte et viennent modifier la perturbation thermique.

Le phénomène de diffusion numérique, dans l'équation (II.26), est testé en négligeant le chauffage interne ( $Q$ ) et la diffusivité thermique ( $\kappa$ ). Dans le cas idéal, après plusieurs révolutions de la perturbation autour du centre de la boîte, celle-ci revient dans sa position originelle sans déformation.

### III.1.2 Correction de la diffusion numérique

Le modèle est tout d'abord réalisé sans le terme de correction de la diffusion numérique de l'équation (II.26). Celle-ci se résume donc à :

$$\int_{\Omega} \left\{ w(T_{n+1} - T_n) + w\Delta t (\vec{u} \cdot \nabla T)_n + \frac{\Delta t^2}{2} (\vec{u} \cdot \vec{\nabla} w) (\vec{u} \cdot \vec{\nabla} T)_n \right\} d\Omega = 0 \quad (\text{III.1})$$

Le résultat de ce test met en évidence le phénomène de diffusion numérique. Après une révolution dans la boîte, la perturbation est déformée. L'intensité maximale est surestimée de l'ordre de 2,5 % (1537,5 °C au lieu de 1500 °C). Des erreurs apparaissent le long des bords de la boîte et après 1,4 révolutions (Figure III.2), elles se sont propagées et viennent influencer la perturbation (Figure III.3).

Le second test est réalisé avec une formulation semi-explicite pour l'équation (II.26), en prenant  $\theta = 0,5$  (Figure III.4). Après 10 révolutions de la perturbation (i.e. 94,2 Ma), la forme générale est parfaitement conservée et l'intensité maximale varie seulement de

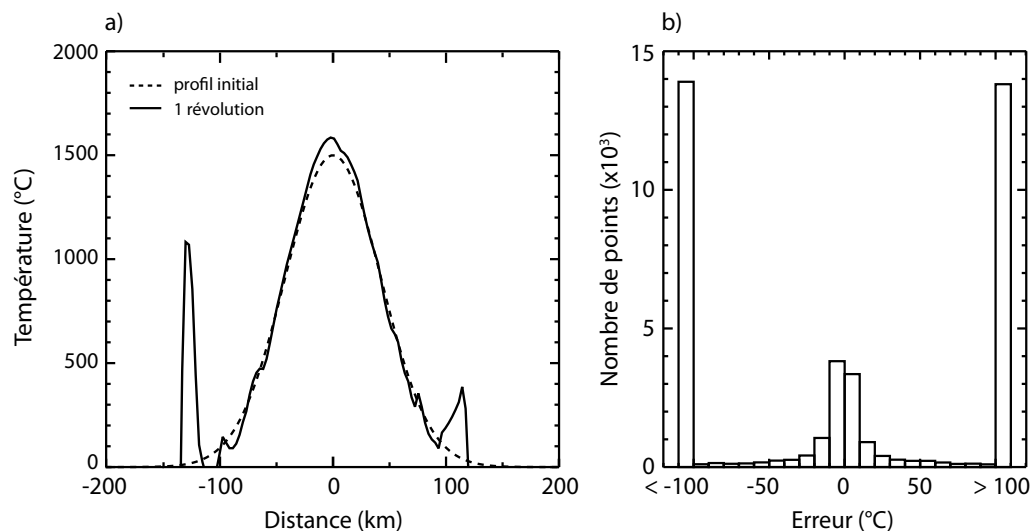


FIG. III.3 – a) Profil initial de la perturbation (ligne pointillée) et après une révolution (ligne pleine) sans correction de la diffusion thermique. Les deux profils sont réalisés en passant par le maximum. b) Histogramme de la répartition des erreurs sur l'ensemble de la boîte. La majorité des erreurs est supérieure à 100 °C. L'erreur maximale sur l'ensemble du domaine est de 1423,8 °C pour un écart type de 227,3 °C.

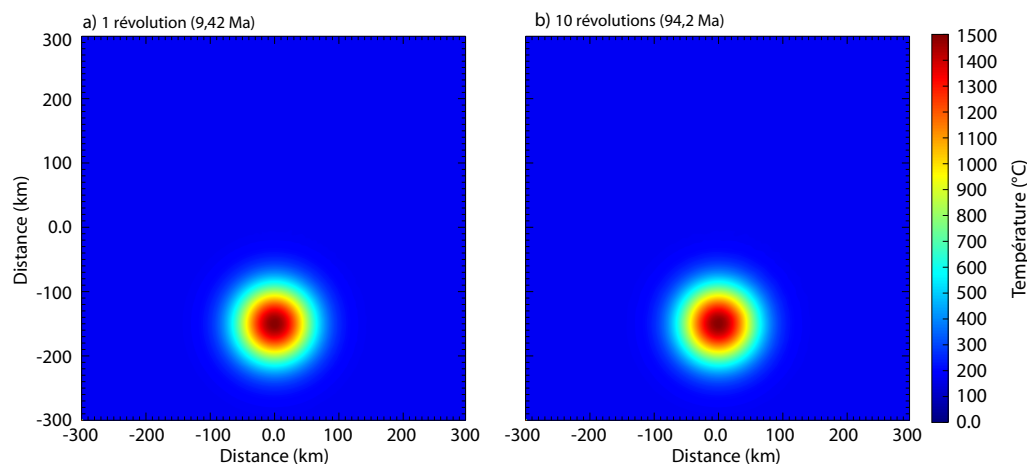


FIG. III.4 – Position et forme de la perturbation thermique après une révolution a) et après 10 révolutions b). Les anomalies observées dans la figure III.2 ont disparu. Après 10 révolutions autour de l'axe central, la forme et la position de la perturbation sont bien conservées. Il n'y a pas de différence visible à l'oeil nu.

1% (1498 °C au lieu de 1500 °C). La répartition des erreurs est parfaitement centrée sur 0 avec une erreur moyenne de 2,5 °C (Figure III.5). La méthode de Galerkin nous permet donc de corriger des effets de la diffusion numérique. Cependant, d'autres erreurs peuvent

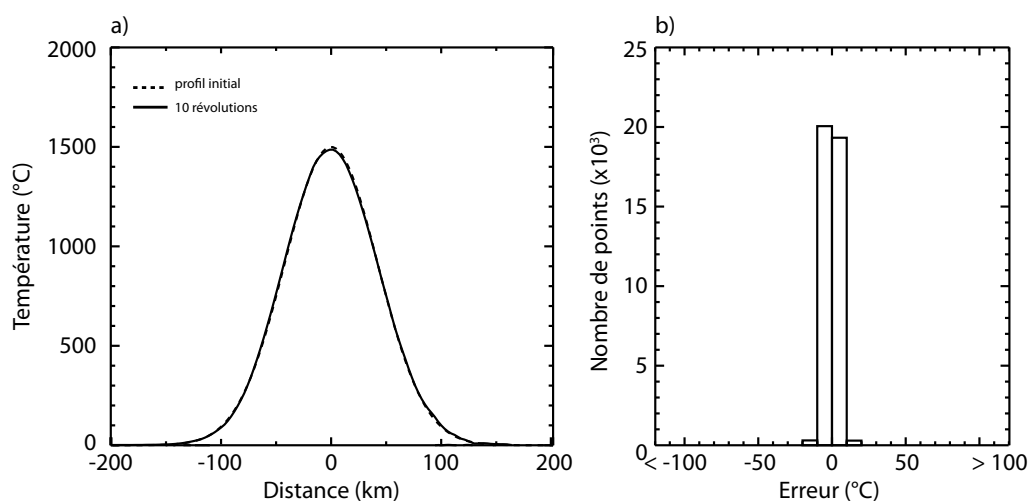


FIG. III.5 — a) Profil initial de la perturbation (ligne pointillée) et après dix révolutions (ligne pleine) avec correction de la diffusion thermique. Les deux profils sont réalisés en passant par le maximum de la perturbation. b) Histogramme de la répartition des erreurs sur l'ensemble de la boîte. La majorité des erreurs est centrée autour de 0. L'erreur maximale est de 23,4 °C pour un écart type de 2,5 °C.

intervenir, notamment sur la résolution du maillage.

### III.1.3 Influence de la taille du maillage

Nous testons la méthode de Galerkin pour plusieurs résolutions du maillage. Six modèles sont réalisés avec un nombre d'éléments par bord,  $n_{\Delta}$ , allant de 10 à 60. Le nombre total d'éléments et la hauteur moyenne d'un élément sont présentés dans le tableau (III.1).

Pour des résolutions grossières ( $n_{\Delta} = 10$ ), après 10 révolutions, la forme de la perturbation est fortement modifiée. Son intensité a diminué de 30% et l'erreur maximale dépasse les 400 °C (Figure III.6). Plus la résolution du maillage augmente et plus les erreurs diminuent. À partir d'une résolution de 50 éléments par bord, l'erreur maximale est inférieure à 10 °C (<1% de l'intensité maximale).

Il est donc nécessaire d'utiliser un maillage le plus fin possible pour minimiser l'erreur sur la mesure de la température. Cependant, un maillage fin nécessite plus d'éléments triangulaires (Tableau III.1) ce qui augmente considérablement le temps de calcul. Pour cette raison, nous utiliserons par la suite un maillage de taille variable, adapté à la résolution recherchée dans différents domaines du modèle.

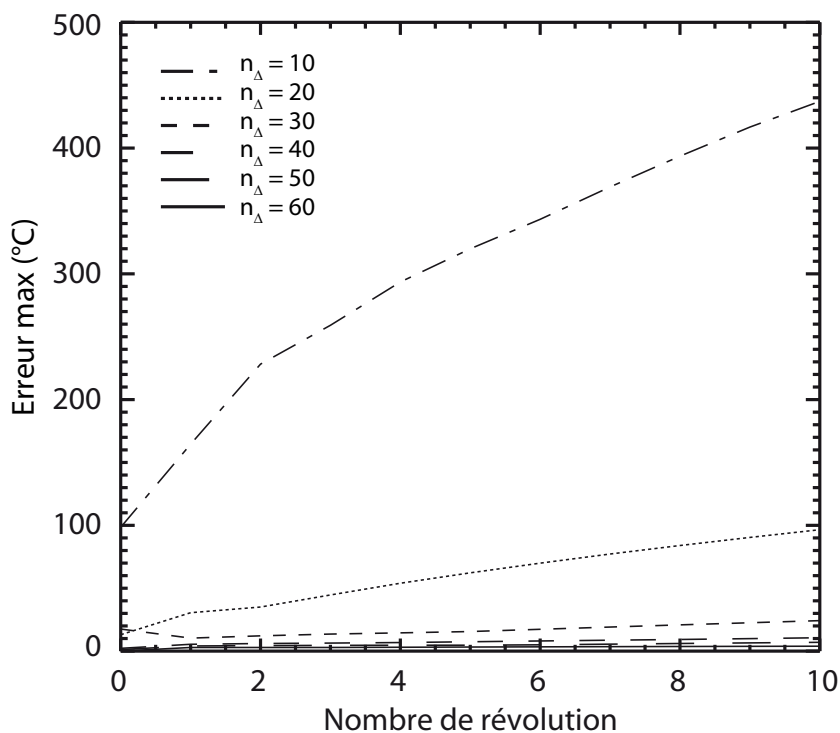


FIG. III.6 – Évolution de l'erreur maximale sur l'ensemble de la boîte en fonction du nombre de révolutions. Pour une résolution du maillage supérieure à 40 éléments par bord, l'erreur est inférieure à 10 °C après 10 révolutions (94,2 Ma).

TAB. III.1 – Tableau de données des simulations réalisées pour la rotation d'un pic avec les informations sur la précision du maillage.

Nombre de noeuds par face	Nombre d'éléments	Hauteur moyenne d'un élément
10	242	77 km
20	974	27 km
30	2120	23 km
40	3790	18 km
50	5906	15 km
60	8660	12 km

## III.2 Test sur la méthode de pénalisation

Nous avons choisi d'utiliser une méthode de pénalisation pour résoudre les équations de Stokes. Elle est présentée dans une section précédente (II.2.3). Pour tester la validité de la méthode, nous reprenons un test proposé par Reddy (1993) qui étudie le cas d'un fluide incompressible pressé entre deux plaques. Nous comparons notre méthode avec celle des gradients conjugués d'Uzawa (Hecht et al., 2008 ; Glowinski, 1984).

### III.2.1 Description du modèle

Nous définissons une boîte rectangulaire de rapport trois. L'ensemble du calcul se fait sans dimension. Une pression est exercée sur chacune des plaques (Figure III.7) et exprimée en terme de conditions aux limites par une vitesse verticale,  $V_0$ , non nulle. Pressé de manière uniforme sur toute la largeur de la plaque, le fluide est expulsé latéralement. Une solution analytique à ce problème est donnée par Nadai (1963) :

$$u_x = \frac{3V_0x}{2b} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) \quad (\text{III.2})$$

$$u_y = -\frac{V_0y}{2b} \left(\frac{3 - y^2}{b^2}\right) \quad (\text{III.3})$$

$$P = \frac{P_0}{a^2}(a^2 + y^2 - x^2), P_0 = \frac{3\mu V_0 a^2}{2b^3} \quad (\text{III.4})$$

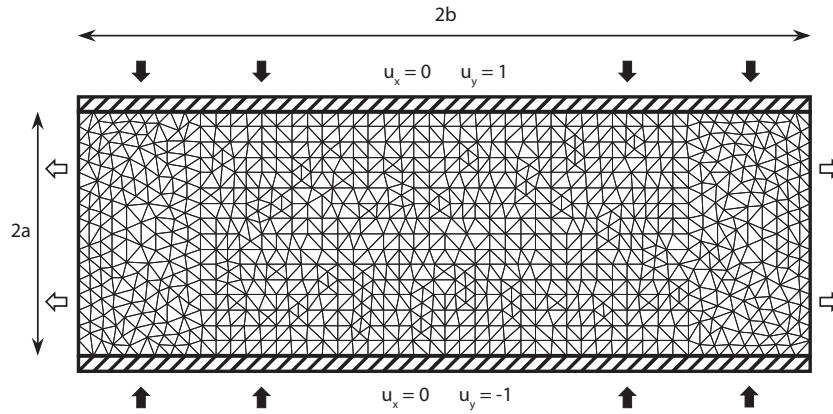


FIG. III.7 – Modèle pour un fluide incompressible pressé entre deux plaques. Seule la partie du fluide est modélisée, les plaques ne sont pas représentées dans le maillage. La pression initiale est exercée aux limites et symbolisée par une vitesse verticale non nulle. Cette pression est homogène sur toute la longueur des plaques (flèches noires). Le fluide est donc expulsé latéralement (flèches blanches). Nous utilisons un maillage de 20 par 60 éléments, ce qui correspond à un nombre de 2 570 éléments triangulaires.



où  $a$  et  $b$  sont respectivement la demi-largeur et la demi-longueur du modèle (figure III.7). Le calcul est réalisé sans dimension en prenant comme condition initiale,  $V_0 = 1$  et  $\mu = 1$ .

Dans la méthode de pénalisation (section II.2.3) intervient un terme dit de penalty,  $\gamma$ , choisi empiriquement. Plusieurs simulations sont donc exécutées afin de tester l'influence de ce paramètre pour des valeurs comprises entre  $10^0$  et  $10^9$ .

### III.2.2 Comparaison des méthodes

La figure (III.9) présente la répartition des erreurs obtenues pour deux simulations : une avec la méthode de pénalisation ( $\gamma = 10^8$ ), l'autre avec la méthode des gradients conjugués d'Uzawa. Les erreurs sont identifiées pour les trois composantes du modèle,  $u_x$ ,  $u_y$  et  $P$ .

Pour le calcul des vitesses, les erreurs se localisent essentiellement sur les bordures de la boîte, avec une erreur maximale de 1 %. Pour le calcul de la pression, le résultat est différent. Une erreur homogène de 0,4 est obtenue sur l'ensemble de la boîte. Pour ce cas, le calcul de la pression n'est pas optimal mais le gradient de pression est bien conservé (figure III.8d).

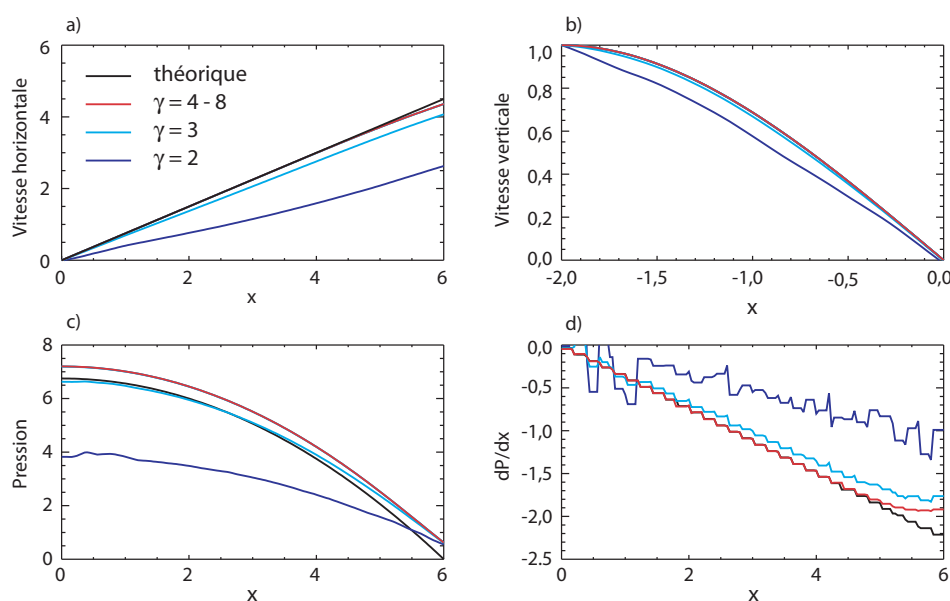


FIG. III.8 – Profils des trois grandeurs a) vitesse horizontale, b) vitesse verticale, c) pression et d) gradient horizontal de pression. Plusieurs valeurs de  $\gamma$  sont testées ainsi que la méthode des gradients conjugués d'Uzawa.

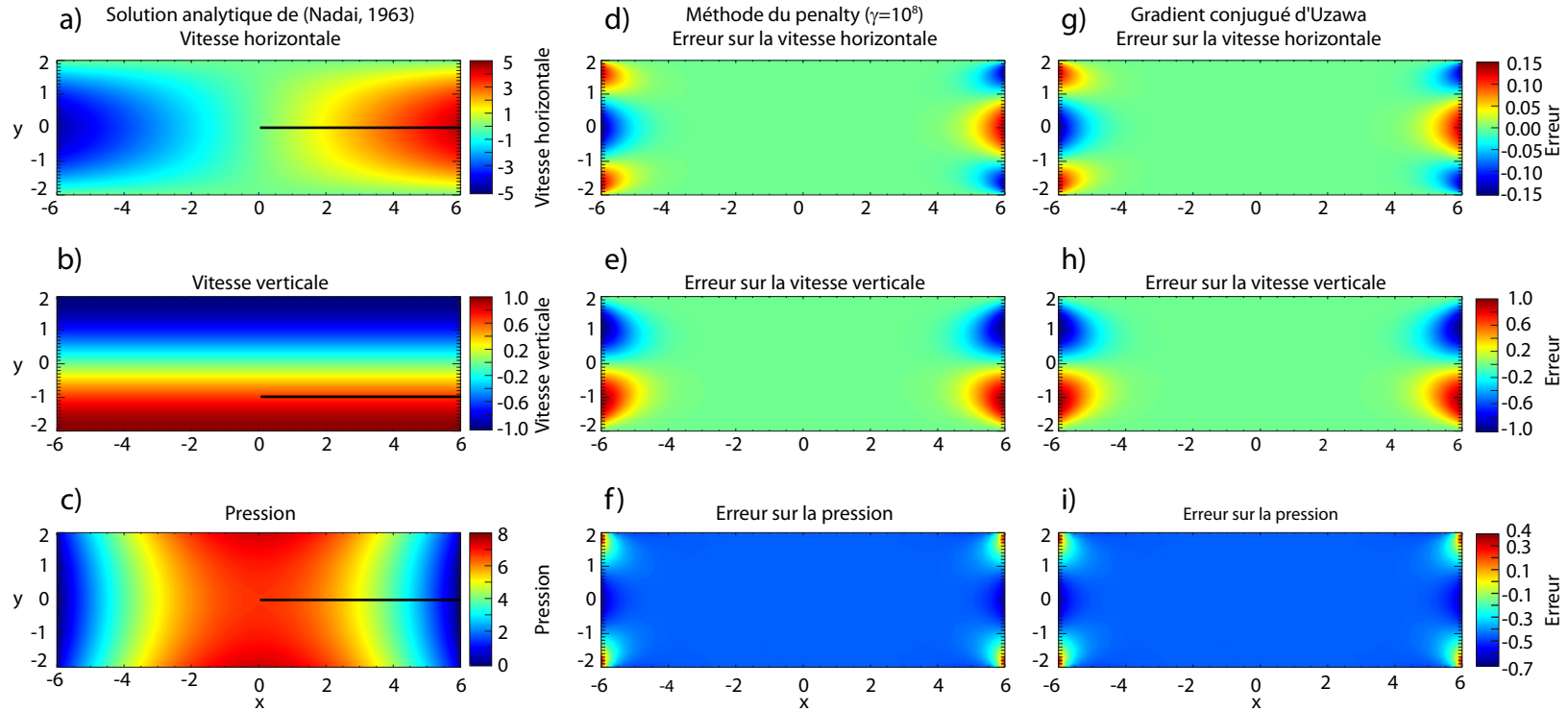


FIG. III.9 – Les figures a) b) et c) représentent la solution analytique pour les 3 composantes calculées par l'équation de Stokes : les vitesses horizontale et verticale et la pression. Les traits noirs indiquent la position des profils dans la figure (III.8). Les figures d), e), f) et g), h), i) représentent respectivement la répartition des erreurs sur les 3 composantes pour la méthode de pénalisation avec un gamma de  $10^8$  et par la méthode d'Uzawa. L'erreur se répartit essentiellement sur les bords de la boîte. Les profils de la figure III.8 réalisés le long des traits noirs et représentent la variabilité des résultats pour différentes valeurs de  $\gamma$ . Pour des valeurs de  $\gamma$  inférieures à  $10^4$ , l'écart par rapport au profil analytique est important. Au delà, la variabilité est faible, voire nulle.

Dans la littérature, le paramètre de penalty est généralement estimé à  $(10^7 - 10^8)\mu$  (Reddy, 1993). Dans notre cas, pour des valeurs inférieures à  $10^4$ , l'erreur par rapport à la solution analytique ne donne pas une bonne estimation de la vitesse et de la pression (Figure III.8 a-c). Cependant, pour des valeurs supérieures à  $10^3$ , l'erreur diminue et devient comparable à celles obtenues par la méthode des gradients conjugués.

Le temps de calcul d'une itération ne varie pas beaucoup en fonction de la valeur de  $\gamma$ . Il est en moyenne de  $0,55 \pm 0,05$  s quelque soit  $\gamma$ . À l'inverse, la méthode des gradients conjugués d'Uzawa réalise une itération en  $13,33 \pm 0,03$  s. Étant donné que la méthode de pénalisation a une résolution identique à celle de la méthode des gradients conjugués, nous privilégierons par la suite cette méthode en fixant une valeur de  $\gamma$  à  $10^8$ .

### III.3 Modèle de convection à viscosité variable

Dans les deux tests précédents, les équations de conservation de l'énergie et de Stokes ont été validées séparément. Nous les testons maintenant conjointement, dans un modèle de convection à viscosité variable thermo-dépendante (Grasset et Parmentier, 1998). Les auteurs de cette étude ont mis en évidence un changement de régime de convection en fonction du nombre de Rayleigh. Pour un Rayleigh élevé (supérieur à  $10^4$ ), la convection a lieu dans la totalité du manteau avec un régime turbulent (Figure III.10 a). Au contraire, pour un nombre de Rayleigh plus faible (inférieur à  $10^3$ ), la convection est stationnaire et confinée dans la partie basse du manteau, là où la viscosité est la plus faible, et sous une couche conductrice épaisse (Figure III.10 b). À l'aide de ce modèle, nous cherchons à valider la totalité du modèle thermo-mécanique.

#### III.3.1 Description du modèle à viscosité thermo-dépendante

Il étudie la convection thermique pour un nombre de Prandtl infini dans une boîte de rapport de longueur 2. Les équations classiques de la mécanique des fluides sont résolues en considérant comme unique source de chaleur un chauffage interne et un refroidissement par le haut. Dans ce cas, l'effet de chauffage adiabatique est négligé. Dans l'optique de comparer leurs résultats avec des données de laboratoire, les auteurs fixent les valeurs des vitesses aux bords à zéro. Le fluide est considéré comme newtonien et sa viscosité suit une loi exponentielle simplifiée, fonction de la température.

$$\mu = \exp(-\xi T) \quad (\text{III.5})$$

où  $\xi$  est un paramètre sans dimension qui représente le contraste maximal de viscosité entre la base et la surface du modèle. Le modèle est ainsi décrit en fonction de Ra et  $\xi$ .

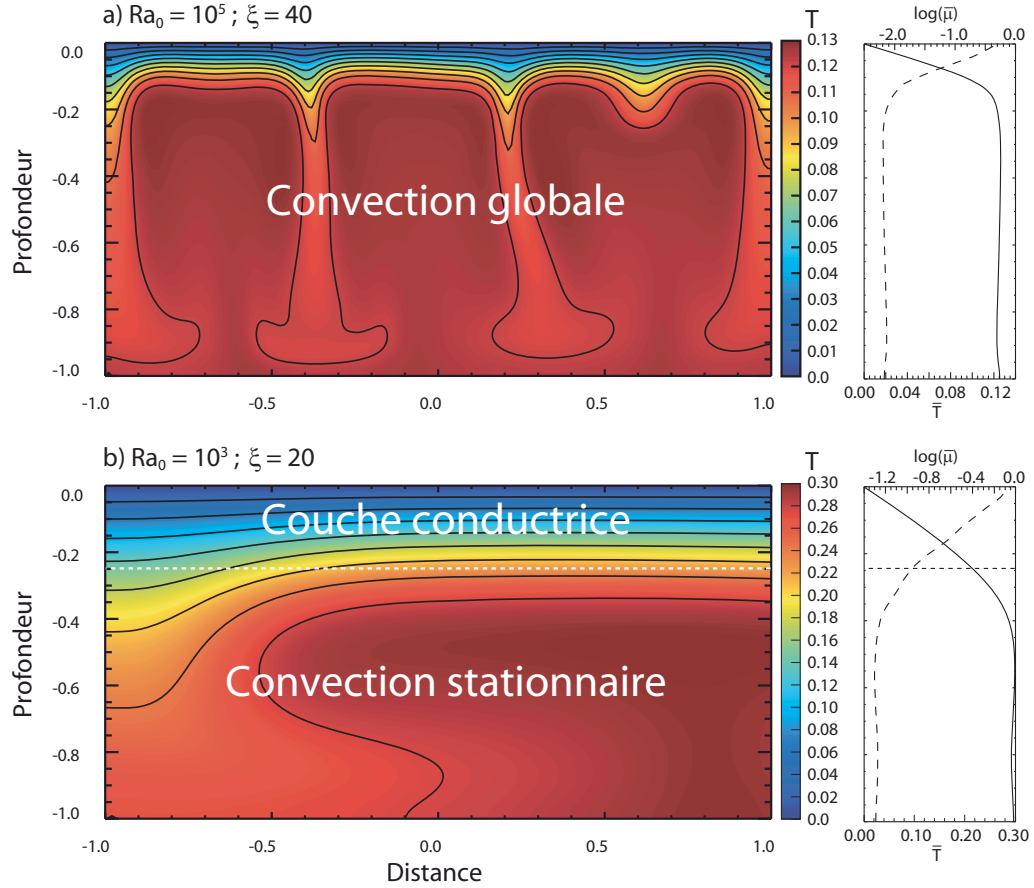


FIG. III.10 – Champ de température sans dimension pour deux simulations avec deux régimes distincts. a) Régime sans couvercle pour  $Ra_0 = 10^5$  et  $\xi = 40$ . La convection a lieu dans la totalité de la boîte. b) Régime de couvercle pour  $Ra_0 = 10^3$  et  $\xi = 20$ . La convection a lieu sous une couche conductrice épaisse.

Grasset et Parmentier (1998) utilisent un schéma explicite pour l'équation de transport de la chaleur, afin de minimiser la diffusion implicite (Smolarkiewicz, 1984). Pour un contraste de viscosité inférieur à  $10^4$ , le champ de vitesse est calculé à l'aide d'un solveur multigrille, utilisant une formulation vitesse-pression. Pour un contraste de viscosité supérieur, une méthode de pénalisation est privilégiée.

Des solutions analytiques pour chacun des deux régimes sont proposées. En ce qui concerne le régime avec une couche conductrice épaisse ( $Ra \leq 10^3$ ), la formulation est la suivante :

$$\left(\frac{\ln(p_c)}{\xi}\right) \left(1 - 2\left(T_m - \frac{\ln(p_c)}{\xi}\right)\right)^{(5\beta+2)/2} \exp(-\xi\beta T_m) = aRa_0^b \quad (\text{III.6})$$

où  $a$  et  $\beta$  sont des paramètres sans dimension, déduits de simulations à viscosité constante ( $a = 2,383$  et  $\beta = -0,227$ ) et où  $p_c$  représente le contraste de viscosité entre la base de

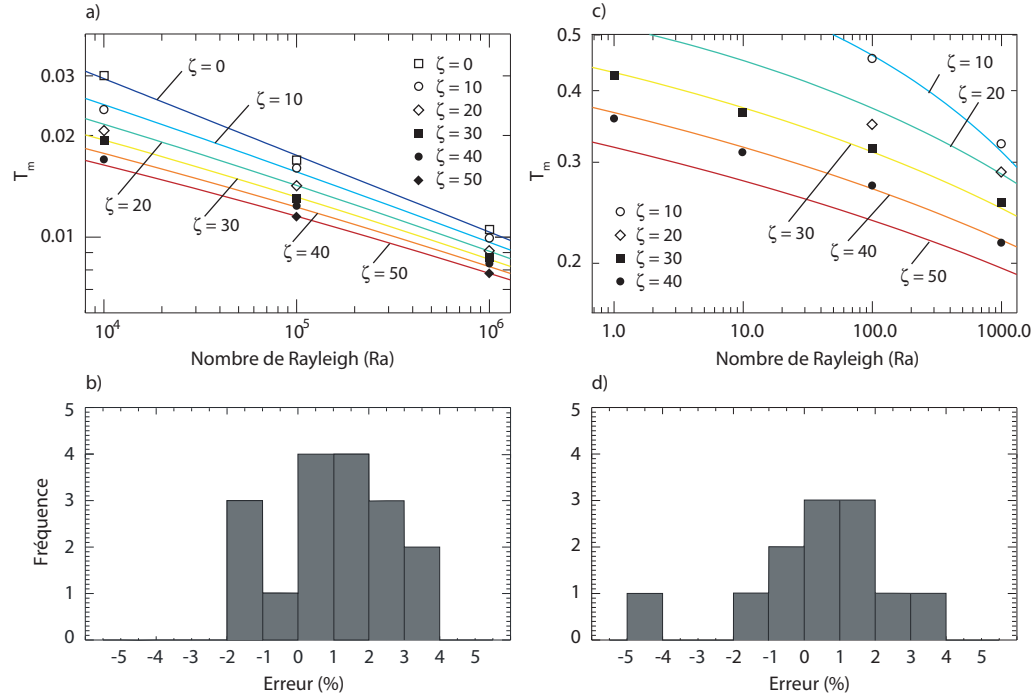


FIG. III.11 — Résultats des modèles de convection à viscosité variable pour un nombre de Rayleigh supérieur à  $10^4$  (a et b) et inférieur à  $10^3$  (c et d). Les traits pleins sont les estimations théoriques d'après Grasset et Parmentier (1998). Les points sont les valeurs obtenues par notre modèle. Les diagrammes b et d représentent les déviations de notre modèle par rapport aux solutions théoriques.

la couche conductrice et le manteau convectif. Les tests réalisés par les auteurs donnent une valeur de  $e^{2,23}$  pour ce paramètre. Enfin,  $T_m$  est la température moyenne de la zone convective, soit la température mesurée dans la zone stable (Figure III.10).

Pour un régime sans couche conductrice ( $Ra \geq 10^4$ ), la relation devient :

$$T_m \exp(-(\beta + \alpha)\xi T_m) = a Ra_0^\beta \quad (\text{III.7})$$

$\alpha$  est un paramètre propre à la viscosité variable, évalué à 0,155. De la même manière que Grasset et Parmentier (1998), nous testons plusieurs valeurs pour les paramètres  $Ra$  et  $\xi$ . La durée de chaque simulation numérique n'est pas fixée à l'avance. Nous utilisons comme critère de convergence la température moyenne de la boîte. Le calcul est arrêté lorsque cette température n'évolue plus au delà de 0,0001%.

### III.3.2 Tests numériques

Les résultats sont exposés dans la figure (III.11). Pour le modèle sans couche conductrice, les valeurs de  $T_m$  obtenues avec notre modèle sont très proches de la solution

analytique de Grasset et Parmentier (1998). L'erreur moyenne est centrée autour de 1% avec une erreur toujours inférieure à 5 %. La distribution des erreurs est légèrement sur-estimée.

Pour le modèle avec couche conductrice, la distribution des erreurs est plus nettement décentrée par rapport à 0, mais les erreurs restent inférieures à 5 %. La légère surévaluation de la température moyenne, présente dans l'ensemble des modèles, est inférieure ou égale à l'incertitude associée à son évaluation.

### III.4 Benchmark de zones de subduction

Dans le domaine de la modélisation numérique des zones de subduction, il est possible de différencier deux grandes approches : des modèles avec une "dynamique globale" et ceux avec une "dynamique de coin asthénosphérique" uniquement.

Dans la première approche, la forme et la géométrie de la plaque plongeante ne sont pas imposées, mais calculées à partir des lois rhéologiques. Elles sont libres d'évoluer au cours de la descente de la plaque plongeante. Les équations de Stokes sont résolues sur l'ensemble du domaine.

Dans la seconde approche, la géométrie du coin du manteau et la vitesse de subduction sont imposées au début du calcul, et une solution dynamique est calculée uniquement dans le coin du manteau. C'est cette deuxième approche que nous utilisons.

Dans un article publié récemment, van Keken et al. (2008) proposent une série de tests destinés à comparer différents codes de modélisation existants. Ces auteurs se basent sur une approche de "dynamique de coin asthénosphérique", où la géométrie du coin du manteau est imposée. Sept codes présentant des méthodes distinctes pour la résolution des équations de la mécanique des fluides sont utilisés pour réaliser ces tests. Nous les reprenons à notre tour pour évaluer la qualité de notre modèle.

#### III.4.1 Description du modèle

Tous les tests vont imposer la même configuration géométrique du coin du manteau. La zone de subduction est dessinée dans une boîte de 660 km x 600 km avec une plaque chevauchante de 50 km d'épaisseur et un pendage de 45 ° (Figure III.12).

Une vitesse constante de 5 cm/an est imposée dans la plaque plongeante. La plaque chevauchante est supposée rigide. La solution dynamique (champs de vitesse et de pression) dans le coin du manteau variera en fonction des cas testés et sera détaillée ci-après.

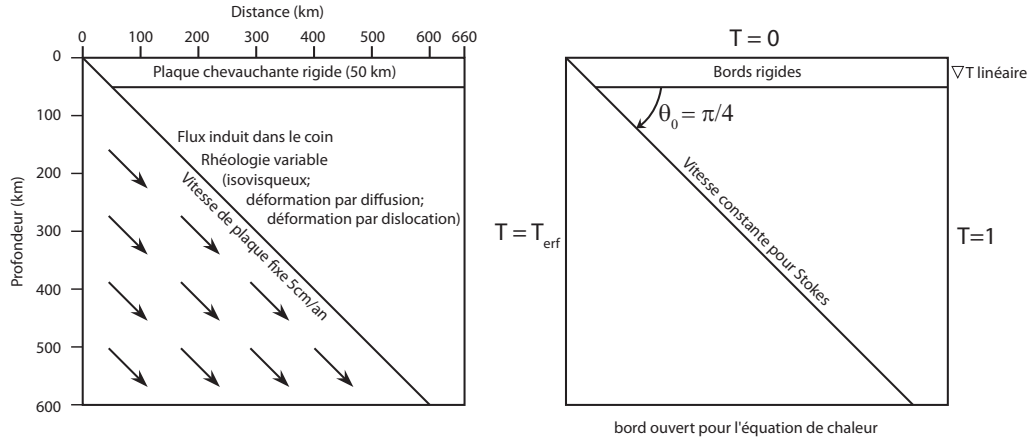


FIG. III.12 – Caractéristiques géométriques du modèle. La vitesse est imposée dans la plaque plongeante. Une solution dynamique est déterminée dans le coin du manteau en fonction du cas étudié.

Le modèle thermique ne prend pas en compte de chauffage interne. Les sources de chaleur sont imposées par les conditions aux limites et par la diffusion. Une fonction erreur, correspondant au refroidissement d'une plaque sur un demi-espace pour 50 Ma, est fixée sur le bord entrant de la plaque subductante.

$$T_{\text{erf}}(x = 0, y) = T_s + (T_0 - T_s) \operatorname{erf} \left( \frac{y}{2\sqrt{\kappa t_{50}}} \right) \quad (\text{III.8})$$

où  $T_s$  est la température de surface fixée à 273 K ;  $T_0$  est la température sur le bord entrant dans le coin du manteau fixée à 1573 K ;  $t_{50}$  est l'âge (en seconde) de la plaque plongeante. Un gradient de température linéaire est imposé au bord droit de la plaque chevauchante. Plusieurs cas de complexité croissante sont investigués à partir de ce modèle de base, allant du cas isovisqueux (Cas 1) à des modèles avec une viscosité non-newtonienne (Cas 2) :

### Cas 1a

La solution dynamique dans le coin du manteau est déterminée à partir d'une solution analytique pour un fluide incompressible (Batchelor, 1967).

$$\Psi = \frac{-r_c U [-\theta_0^2 \sin \theta_c + (\theta_0 - \sin \theta_0 \cos \theta_0) \theta_c \sin \theta_c + \theta_c \cos \theta_c \sin \theta_0]}{\theta_0^2 - \sin^2 \theta_0} \quad (\text{III.9})$$

où  $\Psi$  est la fonction de courant,  $\theta_0$  le pendage de la subduction,  $\theta_c$  l'angle entre la base de la croûte chevauchante et un point du maillage et  $r_c$  la distance à l'extrémité du coin

du manteau (point triple entre la plaque chevauchante, le slab et le manteau). À partir de l'approximation de Boussinesq (II.12), nous avons la relation suivante entre la fonction de courant et la vitesse :

$$\vec{u} = \nabla \times \Psi \quad (\text{III.10})$$

Dans ce test, l'équation de Stokes n'est pas utilisée et a pour but de tester la qualité des équations de conservation de la chaleur.

#### Cas 1b

Il reprend les caractéristiques du cas 1a, mais cette fois-ci la solution dans le coin du manteau n'est pas fonction d'une solution analytique mais déterminée à partir de la résolution des équations de Stokes. Cependant, la solution de Batchelor (1967) reste imposée sur les limites du domaine. Ce cas est intermédiaire entre le cas 1a et le cas 1c. Il ne sera pas traité dans ce manuscrit.

#### Cas 1c

Il reprend les caractéristiques du cas 1b. La solution dans le coin du manteau est entièrement calculée à partir des équations de Stokes.

#### Cas 2a

Dans le cas 2a, la viscosité dans les équations de Stokes est du type diffusion par migration aux joints de grain. Cette viscosité fait intervenir une loi d'Arrhenius dépendante de la température. Les autres paramètres sont constants latéralement et temporellement. On néglige également l'effet de la pression sur la viscosité. L'influence de l'eau et de la taille des grains sur la viscosité est ignorée, soit :

$$\mu_{\text{diff}} = A_{\text{diff}} \exp\left(\frac{E_{\text{diff}}}{RT}\right) \quad (\text{III.11})$$

avec  $A$  le facteur préexponentiel,  $E$  l'énergie d'activation et  $R$  la constante des gaz parfaits.

#### Cas 2b

Le cas est le même que le cas 2a mais intervient cette fois-ci une rhéologie de type dislocation aux joints de grain.

$$\mu_{\text{disl}} = A_{\text{disl}} \exp\left(\frac{E_{\text{disl}}}{nRT}\right) \dot{\epsilon}^{(1-n)/n} \quad (\text{III.12})$$

avec  $n$  un exposant de puissance et où  $\dot{\epsilon}$  est le second invariant du tenseur des taux de déformation.



### III.4.2 Paramètres descriptifs des résultats

Les résultats sont focalisés sur la précision du modèle de température à la surface du slab et dans le coin du manteau. Le champ de température est discrétisé suivant une grille régulière avec un pas d'échantillonnage de 6 km, ce qui correspond à une grille de 111 x 101 valeurs ( $T_{ij}$ ). Pour des comparaisons directes, quelques valeurs sont retenues.

$T_{11,11}(60, 60 \text{ km})$  qui correspond à un point de coordonnées proche de l'"extrémité" du coin du manteau, à la jonction entre les trois domaines (plaque plongeante, plaque chevauchante et manteau asthénosphérique). Il s'agit d'une des zones les plus difficiles à contraindre dans le modèle.

Les auteurs définissent une norme L2 pour mesurer la température à l'interface croûte plongeante/manteau, et dans le coin du manteau.  $T_{slab}$  est la température moyenne à l'interface slab-manteau entre 0 et 210 km de profondeur :

$$\| T_{slab} \| = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{36} T_{ij}^2}{36}}$$

$T_{wedge}$  est la température moyenne dans une zone triangulaire du coin du manteau entre 54 et 120 km de profondeur :

$$\| T_{wedge} \| = \sqrt{\frac{\sum_{i=10}^{21} \sum_{j=10}^i T_{ij}^2}{78}}$$

### III.4.3 Présentation des codes

Pour la réalisation de ces "benchmarks", 7 codes mis au point par différentes équipes ont été utilisés. Dans la suite de ce paragraphe, ils seront identifiés par un acronyme :

- **Brown** est le code mis au point à l'Université de Brown aux Etats Unis. Il s'agit d'un code qui utilise une approche jointe entre une méthode d'éléments finis et de volume finis. Pour corriger des effets de diffusion numérique, l'équation de conservation de l'énergie est discrétisée en volumes finis.
- **PGC** est un code réalisé par le centre Géoscientifique du Pacifique (Pacific Geoscience Center) au Canada qui emploient le code en éléments finis PGCtherm<sup>1</sup>. Il est capable d'atteindre des résolutions de maillage à l'extrémité du coin du manteau allant de  $4.10^{-8}$  à 70 m.

---

<sup>1</sup><http://cgc.rncan.gc.ca/>

- **LDEO** correspond au code du Lamont-Doherty Earth Observatory (Université de Columbia). Il s'agit d'un code en volumes finis avec un maillage uniforme.
- **VT** est le code de l'Université de Virginia Tech. Il s'agit d'un code en éléments finis avec des éléments quadrangulaires. Les outils de résolution des équations de la mécanique des fluides sont proches de ceux utilisés dans notre modèle. L'équation de Stokes est résolue à l'aide d'une méthode de penalty et celle de conservation de l'énergie emploie un schéma de type Petrov-Galerkin.
- **NTU** est le code de l'Université Nationale de Taïwan. Il s'agit d'un code en volumes finis.
- **UM** est le code de l'Université du Michigan en éléments finis basé sur le logiciel Sepran (Cuvelier et al., 1986). Ce code est également à mettre en parallèle avec le code VT.
- **WHOI** est le code du Woods Hole Oceanographic Institute. Il utilise le logiciel Comsol 3.2b <sup>2</sup>. Il s'agit d'un logiciel commercial de modélisation par la méthode des éléments finis. Il utilise également un maillage adaptatif dans les couches - limites.

En résumé, quatre codes utilisent une méthode en éléments finis (**PGC**, **VT**, **UM** et **WHOI**) tandis que les autres sont en volumes finis (**Brown**, **NTU** et **LDEO**). De la même manière que notre modèle, 3 codes emploient une méthode de pénalisation pour résoudre les équations de Stokes (**Brown**, **UM** et **VT**). Les équations de conservation de la chaleur sont quant à elles résolues de façon variée pour les modèles, mais plusieurs emploient des méthodes de type Galerkin (**UM**, **VT** et **PGC**).

### III.4.4 Résultats

Les comparaisons pour les 3 grandeurs scalaires sont présentées dans la figure (III.13). Les valeurs numériques pour tous les modèles semblent converger vers une solution unique.

Dans le cas 1a, seule l'équation de conservation de la chaleur est utilisée. Les codes en éléments finis (**PGC**, **UM**, **WHOI**) convergent vers une solution similaire avec un écart de seulement 0,1 °C. Les codes de **NTU**, **Brown** et **LDEO** présentent un écart un peu plus grand, pouvant aller jusqu'à quelques degrés mais qui reste inférieur à 1%. La température dans le coin du manteau ( $T_{wedge}$ ) pour **Brown** a une tendance différente lorsque la résolution du maillage diminue. Notre modèle présente des résultats très similaires à ceux des autres codes. Cependant, nous n'avons pas un résultat aussi proche que les autres codes en éléments finis mais restons avec un écart inférieur à 1% pour nos meilleurs simulations.

---

<sup>2</sup><http://www.comsol.com>

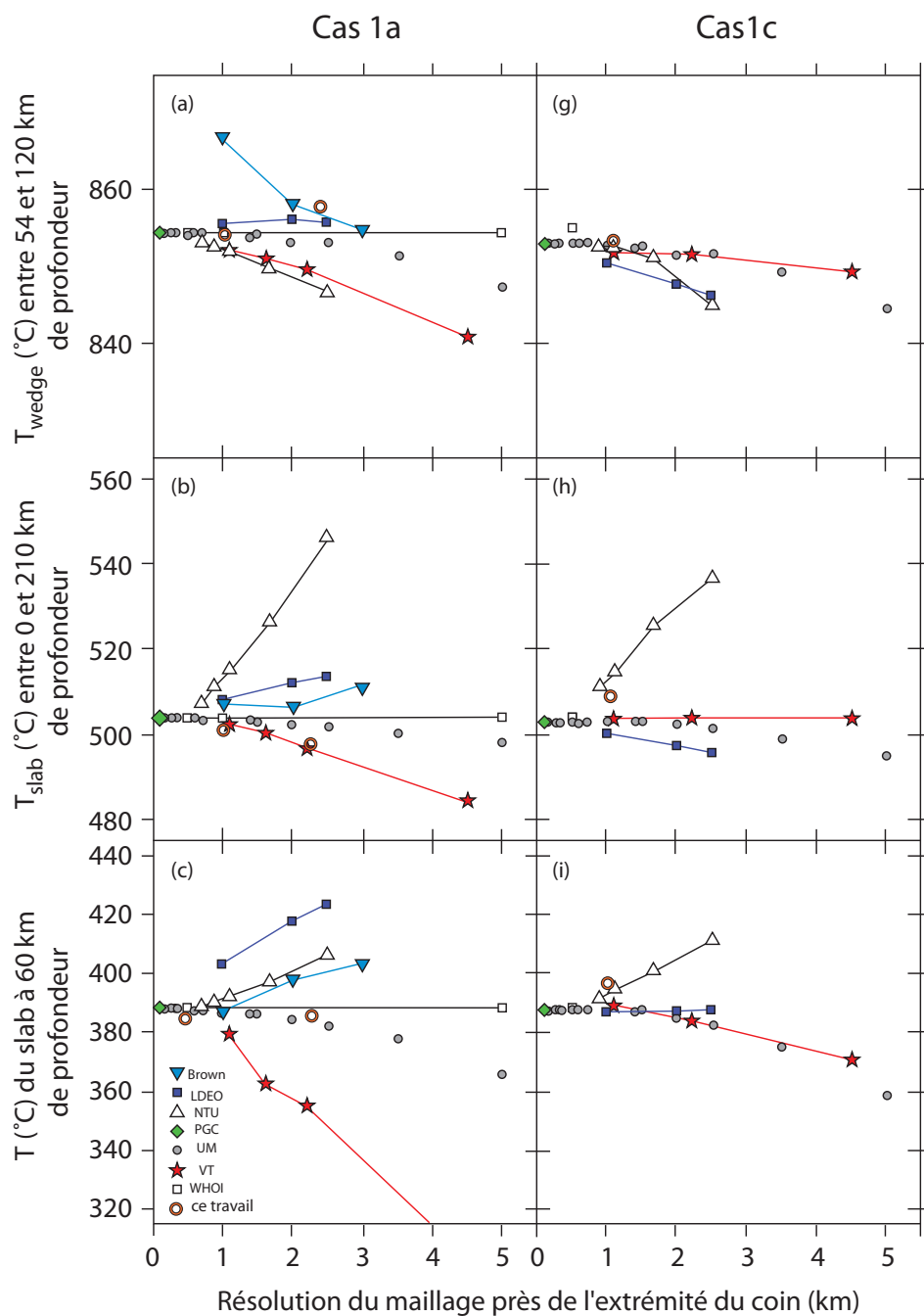


FIG. III.13 – Résultats pour les Cas 1a et 1c. Ils sont présentés en fonction des trois paramètres déterminés pour la description des modèles :  $T_{wedge}$  est la température moyenne dans le coin du manteau ;  $T_{slab}$  la température moyenne le long de la plaque plongeante ;  $T_{11,11}$  la température proche de l'extrémité du coin.

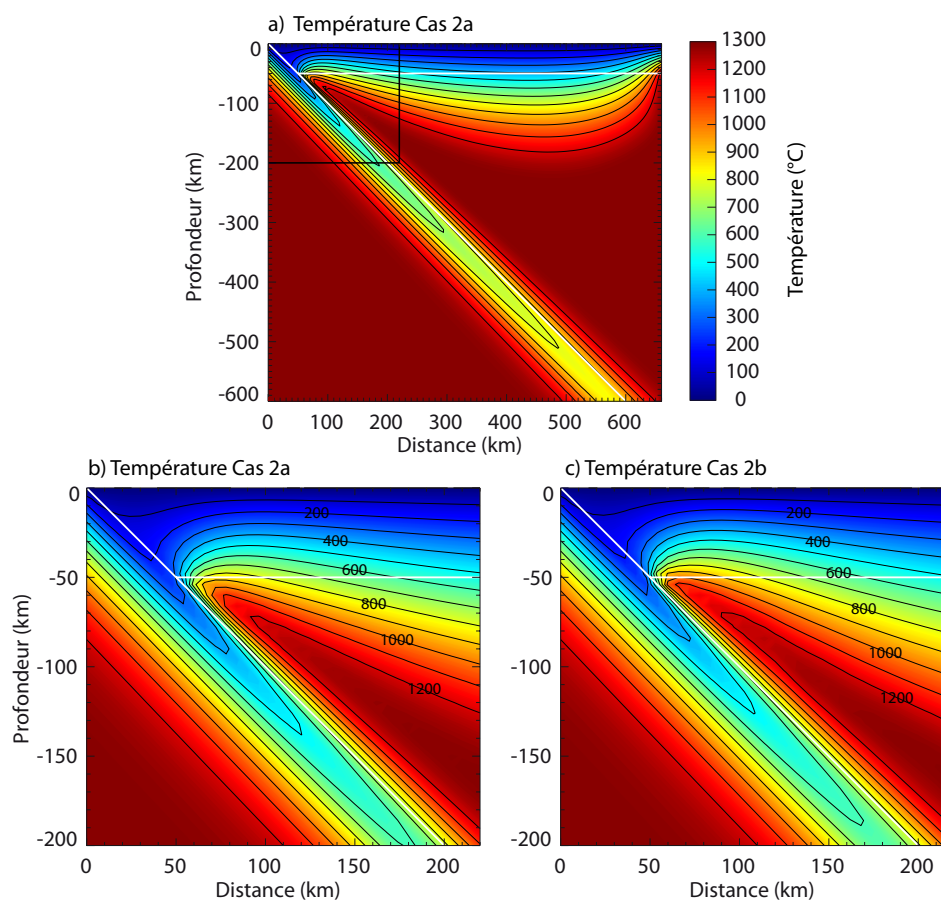


FIG. III.14 – Modèles thermiques pour les cas 2a et 2b. L'image (a) est une vision globale pour le cas 2a. (b) est un zoom près de l'extrémité du coin pour le cas 2a. (c) est un zoom près de l'extrémité du coin pour le cas 2b.

Nous n'avons pas réalisé le cas 1b car il est intermédiaire entre les Cas 1a et 1c. Dans ce dernier cas, la solution dynamique est calculée à partir des équations de Stokes. Globalement, les résultats pour le cas 1c montrent une tendance plus resserrée des résultats avec un écart moyen inférieur au cas 1a. Ceux-ci sont concordants avec les résultats du cas 1a et notre modèle est en bon accord.

L'utilisation de lois rhéologiques dépendantes de la température (Cas 2a) et/ou du taux de déformation (Cas 2b) entraîne la formation d'une couche chaude qui remonte vers l'extrémité du coin du manteau (Figure III.14). De manière générale, l'emploi de ces lois de viscosité permet de réchauffer significativement le coin du manteau. Cette augmentation est visible sur les trois valeurs de température (Figure III.15). Ce type de loi est un peu plus difficile à modéliser, ce qui explique la plus grande disparité des résultats (van Keken

et al., 2008). Les codes en éléments finis PGC, WHOI et UM ont cependant tendance à retrouver les mêmes valeurs de température ( $< 1^\circ\text{C}$  pour la mesure de  $T_{11,11}$ ).

Pour ce type de modèle, nous avons testé uniquement des tailles d'élément grossières. Les résultats sont en assez bon accord avec les données obtenues par UM, LDEO et WHOI. Cependant, des tests à résolutions plus élevées sont nécessaires pour les valider définitivement.

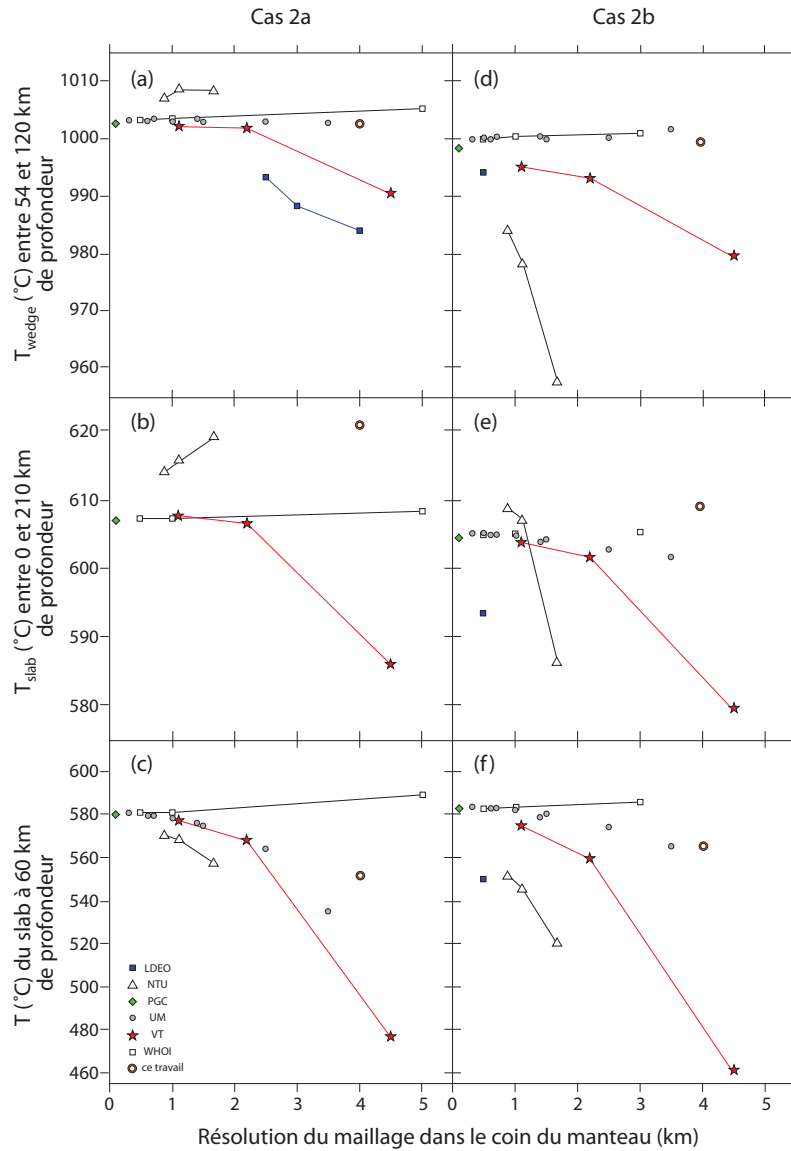


FIG. III.15 – Résultats pour les Cas 2a et 2b.

## III.5 Modèle de transfert d'eau

Les transferts d'eau sont gérés par la méthode de traceurs décrite dans la section (II.4). De façon à mettre en évidence le principe de la méthode, nous mettons en place un test simple qui consiste à déshydrater progressivement une croûte océanique et à hydrater simultanément une zone mantellique. De plus, nous mettons en évidence la précision du modèle et les paramètres qu'il faut prendre en compte pour minimiser les erreurs sur les teneurs en eau par cellule et les transitions de phase.

### III.5.1 Principe du modèle

Nous définissons une boîte de dimension 100 km par 200 km, divisée en deux zones distinctes (Figure III.16). Une première couche horizontale de 10 km d'épaisseur symbolise la croûte océanique et une couche de 90 km représente le manteau. À chacune de ces deux zones est attribuée une composition minéralogique issue de deux diagrammes de phase : une composition de MORB pour la croûte océanique et une composition de lherzolite pour le manteau (Figure III.17). Ces compositions sont issues d'une synthèse de données expérimentales présentées par Hacker et al. (2003). À chacun des faciès minéralogiques sont associées une composition minéralogique et une teneur en eau maximale que peut accepter les assemblages minéralogiques (Table I.1).

Un champ de vitesse homogène est appliqué sur l'ensemble de la boîte, identique dans les deux zones de façon à atteindre une vitesse constante de 10 cm/an (Figure III.16). La boîte est divisée en une grille de cellules carrées. La hauteur d'une cellule est définie en fonction du nombre de cellules présentes dans chaque simulation. Nous faisons varier le nombre de cellules de 10 x 20 à 100 x 200, ce qui permet de tester des hauteurs de cellule comprises entre 1 et 10 km.

Nous plaçons dans un premier temps 7 traceurs répartis aléatoirement dans chaque cellule de façon à minimiser les effets dus à des alignements de traceurs (Tackley et King, 2003). En fonction de leur position dans la boîte, ces traceurs acquièrent une composition minéralogique. Au début du test tous les traceurs de la boîte sont secs.

Les traceurs sont soumis au champ de vitesse imposé dans la boîte. Ils ne peuvent donc sortir du modèle que par le bord droit. Si nous ne conservons que la quantité initiale de traceurs, après plusieurs itérations, la totalité des traceurs a quitté la boîte. Nous prévoyons donc une zone d'approvisionnement, limitée à la première colonne de cellules (Figure III.16). À chaque itération temporelle, nous vérifions le nombre de traceurs dans ces cellules et les réapprovisionnons en conséquence.

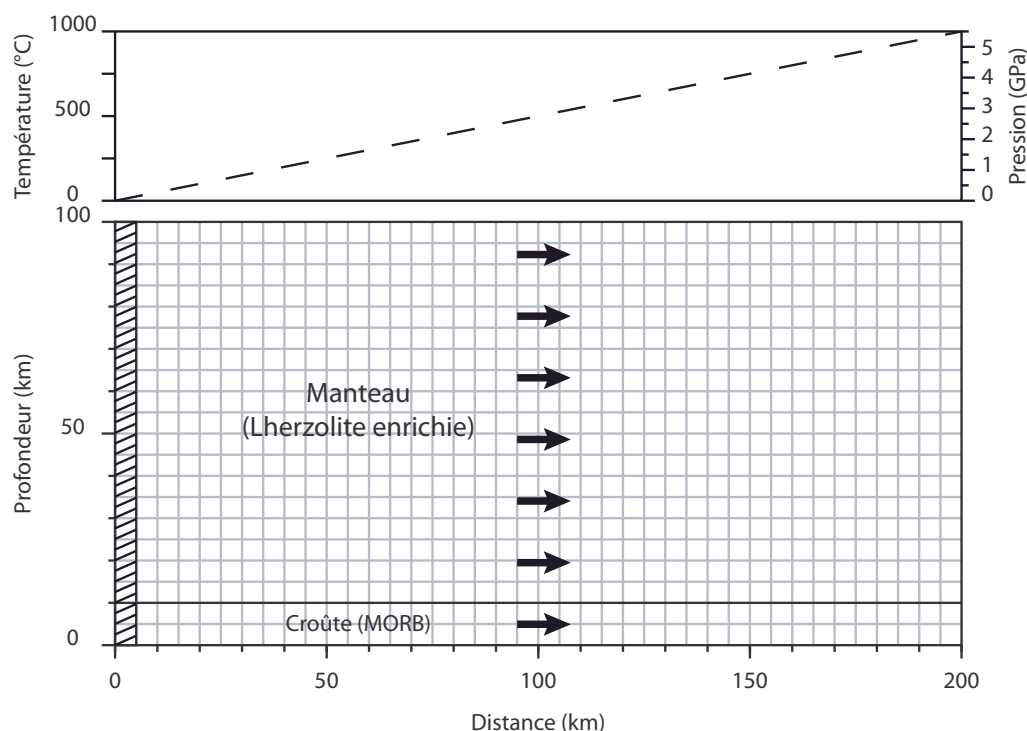


FIG. III.16 – Schéma de principe du modèle de transfert d'eau. Une grille de cellules régulières est définie, délimitant deux zones : une première zone avec une composition de croûte océanique de type MORB et une zone de composition mantellique de type lherzolite (Figure III.17). Les traceurs sont répartis uniformément dans toutes les cellules et sont soumis à un champ de vitesse (flèches noires). Les conditions de pression et de température sont fixées suivant le profil sus-jacent. Les traceurs ont la possibilité de sortir de la boîte par le bord droit. Un approvisionnement en traceurs est effectué par le bord gauche en maintenant à chaque itération de temps un nombre constant de traceurs dans les premières cellules (zone hachurée). Au début du calcul, tous les traceurs sont "secs" et seuls les nouveaux traceurs de la croûte océanique seront hydratés jusqu'à saturation.

Les champs de pression et de température sont imposés dans la boîte et restent constants tout au long du calcul (Figure III.16 et III.17). Ces paramètres varient linéairement de 100 °C à 1000 °C pour la température et de 0 GPa à 5,64 GPa pour la pression. Ce chemin pression-température est choisi de manière à ne pas croiser les solidi secs ou hydratés pour la croûte ou le manteau (Figure III.17).

Le pas de temps entre deux itérations temporelles est déterminé en fonction de la vitesse et de la taille d'une cellule. Il est calculé de manière à ce qu'un traceur ne puisse pas parcourir plus d'une fois la largeur d'une cellule.

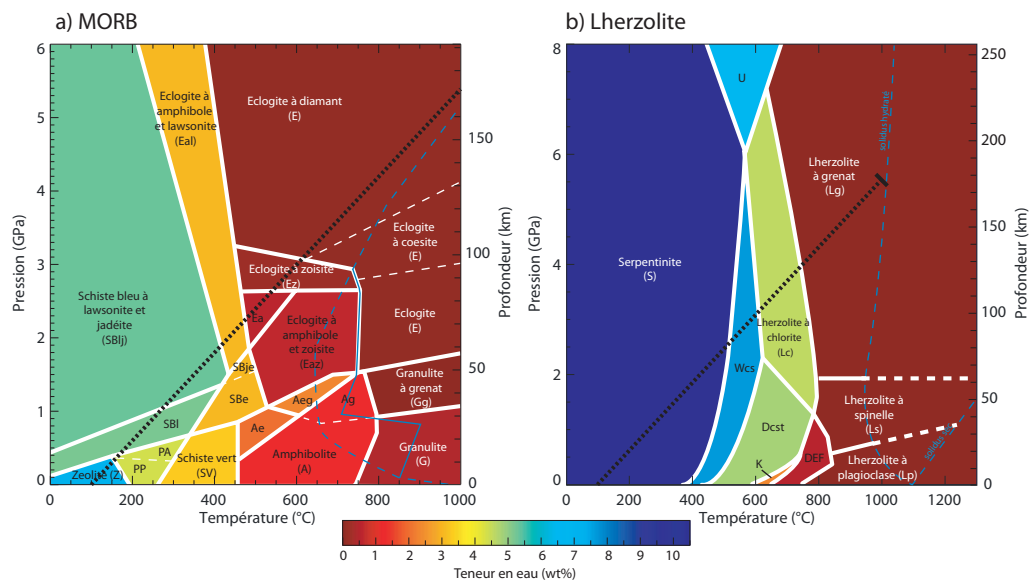


FIG. III.17 – Diagrammes de phase pour un MORB (a) et pour une lherzolite (b) d’après Hacker et al. (2003). Les traits blancs épais indiquent les transitions de phase. Les traits blancs en pointillés sont les différenciations entre deux assemblages minéralogiques, mais dont la teneur en eau ne varie pas. Le trait en tiret-épais noirs est le chemin pression-température suivi pour le test. Les abréviations pour les assemblages minéralogiques et les teneurs en eau correspondantes sont reportées dans le tableau (I.1).

### III.5.2 Résultats du test

Pour mesurer la précision des résultats, nous utilisons les hauteurs de colonne d’eau ( $h_{eau}$ ) et les positions des transitions de phase ( $d_{max}$ ) correspondant à la déshydratation complète pour la croûte et le manteau (Figure III.18 et tableau III.2).

La figure (III.18) présente les résultats obtenus pour trois résolutions de grille : 10 x 20, 50 x 100 et 100 x 200. Les transitions de phase sont indiquées en pointillés respectivement pour la croûte et le manteau. Chaque traversée de traceurs se traduit par le transfert d’eau d’un assemblage minéralogique de la croûte au manteau. Par exemple, à 11 km, la croûte passe d’un faciès Zéolite (Z) à un faciès de Schiste bleu à lawsonite (SBl). Au bilan, 2 wt% d’eau sont perdus par la croûte et transmis immédiatement au manteau sus-jacent. Dans cette zone du manteau, la lherzolite hydratée correspond à un faciès de serpentinite (S) qui peut accueillir jusqu’à 10,5 wt% d’eau. La quantité d’eau perdue par la croûte, multipliée par l’épaisseur de la croûte, permet de saturer deux cellules du manteau et de remplir partiellement une troisième cellule (Figure III.18 a).

À 37 km, la croûte franchit une transition de phase (SBl à Sblj) qui n’est pas suivie par une augmentation de la hauteur de la colonne d’eau (Figure III.18). Les données du



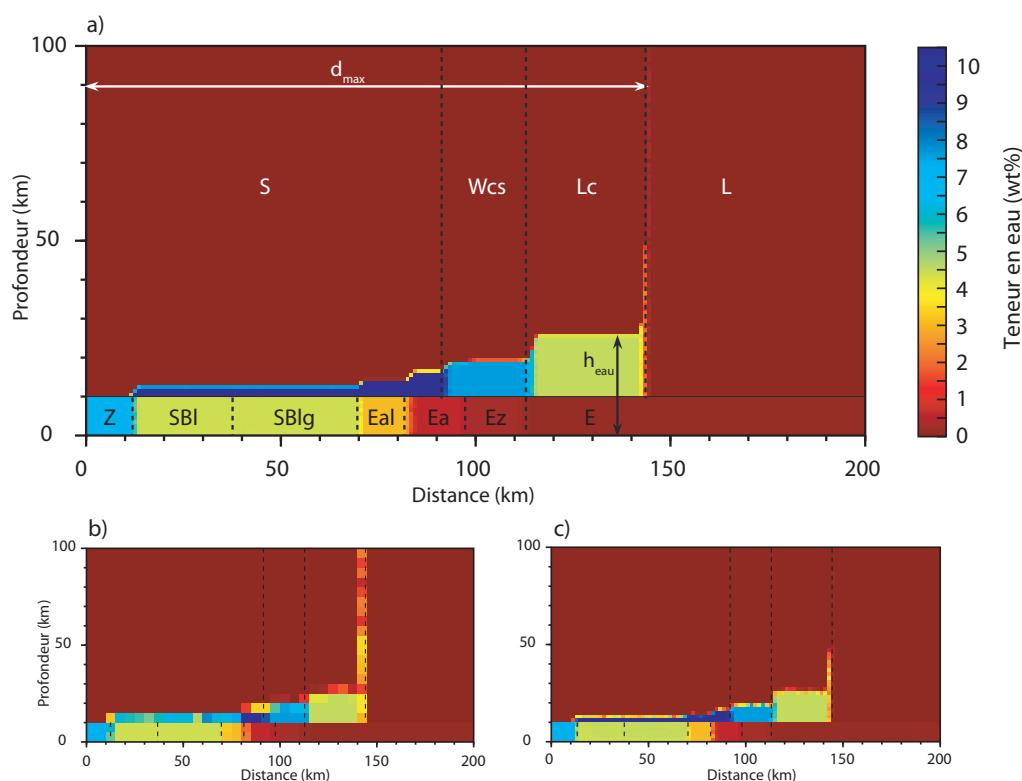


FIG. III.18 – Résultats obtenus pour 7 traceurs par cellule avec différentes résolutions de cellule. a) Simulation avec 20 000 cellules, soit une hauteur de 1 km pour une cellule. b) Simulation avec 5 000 cellules, soit une hauteur de 2 km pour une cellule. c) Simulation avec 200 cellules soit une hauteur de 10 km pour une cellule. Les transitions de phase théoriques sont représentées par les lignes pointillées verticales respectivement pour la croûte océanique et le manteau (Figure III.17).  $h_{eau}$  est la hauteur de la colonne d'eau en un point donné et  $d_{max}$  est la distance maximale à partir de laquelle le manteau est entièrement déshydraté. Les abréviations des assemblages minéralogiques sont définies dans le tableau (I.1).

tableau (I.1) indiquent que le faciès de Schiste bleu à lawsonite et jadéite (SBlj) peut accepter plus d'eau que le faciès de Schiste bleu à lawsonite (SBI). Il n'y a donc pas de déshydratation possible.

La position exacte de la transition de phase est fortement dépendante de la hauteur d'une cellule. Les erreurs moyennes pour toutes les simulations sont présentées dans le tableau (III.2). À partir d'une hauteur de cellule de 2 km, l'erreur moyenne est inférieure à 5%.

Au delà de 144 km, le manteau est supposé totalement anhydre. Toute l'eau est donc évacuée par le haut de la boîte et fait apparaître une colonne d'eau peu chargée en eau.

TAB. III.2 – Tableau de résultats pour des simulations avec 7 traceurs par cellule et différentes tailles de cellule.  $h_{cell}$  est la hauteur d'une cellule,  $h_{eau}$  est la hauteur de la colonne d'eau à une distance donnée,  $d_{max}$  est la distance maximale à laquelle a lieu la déshydratation complète du manteau.

$h_{cell}$ (km)	Nbre de cellules	$h_{eau}$ à 30 km (km)	$h_{eau}$ à 125 km (km)	$d_{max}$ (km)	Erreur moyenne (%)
10,00	10x20	20,00	30,00	150,00	10,1
5,00	20x40	15,00	30,00	145,00	5,9
3,33	30x60	16,67	30,00	146,67	5,3
2,50	40x80	15,00	27,50	145,00	4,7
2,00	50x100	14,00	28,00	144,00	3,9
1,67	60x120	13,33	26,67	144,98	3,0
1,43	70x140	14,29	27,14	144,29	2,7
1,25	80x160	13,75	27,50	143,75	2,4
1,11	90x180	13,33	27,78	143,33	1,7
1,00	100x200	13,00	27,00	144,00	1,1
valeur théorique		11,98	25,96	144,44	

Ceci s'explique car la position de la transition de phase coupe une cellule en deux. Les traceurs situés du côté anhydre perdent leur eau et la transmettent à la cellule supérieure. Elle est ensuite répartie parmi les traceurs présents. Si certains sont situés du côté hydraté du manteau, ils peuvent alors accepter une partie de l'eau. La valeur de la cellule est la moyenne de la teneur en eau de tous les traceurs. À l'itération suivante, tous les traceurs auront traversé la transition de phase et seront déshydratés.

### III.5.3 Evaluation de la qualité du modèle

Afin d'optimiser les temps de calcul, nous réalisons l'ensemble des simulations en faisant varier la taille des cellules de 10 x 20 à 100 x 200 et le nombre de traceurs par cellule de 1 à 7. Pour chacune des simulations, nous obtenons une erreur moyenne après convergence qui est représentée dans la figure (III.19 a). Le trait pointillé représente la limite de 4 % d'erreur. Le résultat est principalement influencé par la résolution du maillage. Au delà de 50 x 100 cellules, l'erreur moyenne devient inférieure à 4 %.

Comme dans le test précédent, le pas de temps est déterminé de manière à ce que chaque traceur ne puisse franchir plus d'une cellule à chaque itération. Cependant, ceux-ci sont répartis aléatoirement dans la cellule. Certains traceurs sont donc situés près d'une limite tandis que d'autres en sont très loin. Très rapidement, le nombre de traceurs par cellule n'est plus le même pour toutes les cellules de la boîte. De plus, certaines cellules peuvent

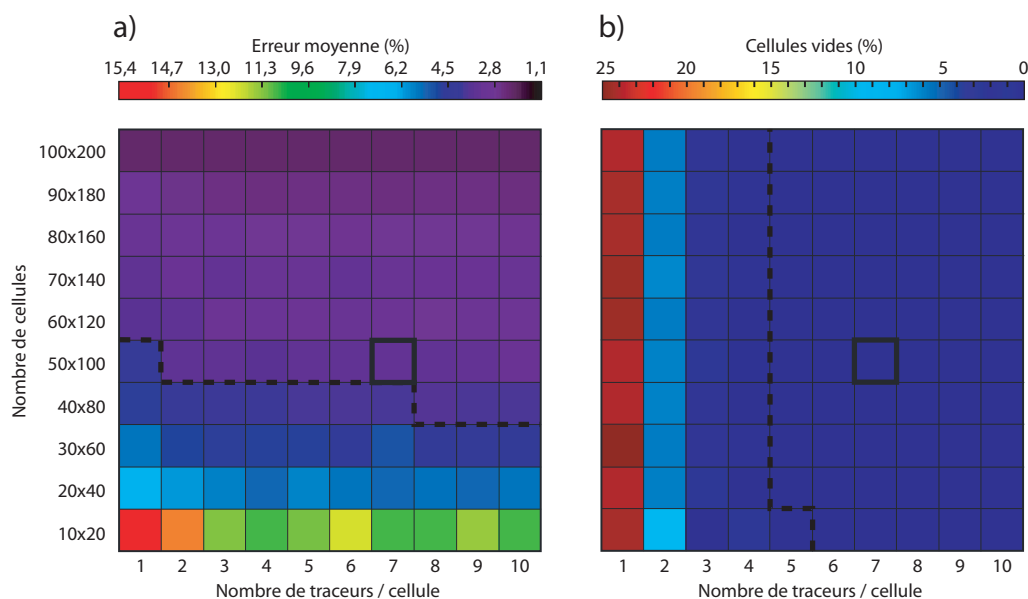


FIG. III.19 – a) Erreur moyenne en fonction du nombre de traceurs et de la taille des cellules. La ligne pointillée indique une erreur inférieur à 5%. b) Nombre de cellules vides pour les différentes configurations. Au delà de la ligne pointillée, il n’y a plus de cellules vides. Le carré noire donne la résolution et le nombre de traceurs par cellules qui seront utilisés dans les modèles de subduction

être vides lorsque le nombre de traceurs par cellule est faible (Figure III.19 b). Au delà de 5 traceurs par cellule, nous n’obtenons plus de cellule vide dans le modèle.

En combinant ces deux résultats, nous pouvons en conclure que nous minimisons l’erreur du modèle pour une résolution de grille supérieure à 50 x 100 avec 5 traceurs par cellule.

La quantité globale de traceurs au sein de la boîte est fonction du nombre de traceurs par cellule et de la hauteur des cellules. L’augmentation du nombre de traceurs entraîne également une augmentation du temps de calcul pour chaque itération. Ceci nous incite au final à choisir une taille de cellule de 2 km par 2 km et un nombre de 7 traceurs par cellule.

## Chapitre IV

# Modélisations thermomécaniques sans transferts de fluides

Dans ce chapitre, nous présentons une première application du modèle sur les zones de subduction. L'objectif est de modéliser l'influence de trois paramètres géométriques sur l'influence de la fusion partielle. Leurs gammes de variation sont déduites des observations des subductions naturelles.

L'épaisseur de croûte chevauchante peut ainsi varier de 5 km sous les océans à 70 km sous les continents. L'intervalle de variation du taux de convergence est compris entre des subductions lentes, de l'ordre de 1 à 2 cm/an, comme les Antilles, à 10 cm/an dans la zone des Tongas. La majorité des zones de subduction n'ont pas un pendage régulier. Il est approximé ici à des valeurs entre 30 et 75 °.

Dans un premier temps, nous simplifions le modèle en ne résolvant que le problème thermomécanique. L'influence de l'eau sur la viscosité est négligée et le calcul de la fusion partielle est réalisé à posteriori. Les transferts d'eau ne sont également pas pris en compte et l'hydratation du coin du manteau est réalisée en fonction de la profondeur de déshydratation maximale de la plaque plongeante. La fusion partielle et la production magmatique sont estimées tous les millions d'années.

Avant de décrire l'influence de chacun des paramètres, nous présentons en détails les résultats pour un modèle de référence avec une croûte chevauchante d'épaisseur de 30 km, un taux de convergence de 5 cm/an et un pendage de 45 °.

## IV.1 Description du modèle

Le modèle numérique a été décrit dans le chapitre II. Les équations de la mécanique des fluides sont résolues sur le maillage en élément finis.

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T \right) - \kappa \nabla^2 T + Q = 0 \quad (\text{IV.1})$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (\text{IV.2})$$

$$\mu \nabla \cdot [(\nabla \vec{u} + {}^T \nabla \vec{u})] - \nabla P = RaT \vec{e}_y \quad (\text{IV.3})$$

La viscosité est une combinaison mixte entre une rhéologie non-newtonienne (équation IV.4) et une rhéologie cassante. L'influence de l'eau sur le facteur préexponentiel n'est pas intégrée.

$$\mu_\nu = A_0^{dry} \exp \left( \frac{E_a + V_a \rho g z}{n_v R T} \right) \dot{\epsilon}_{II}^{\frac{1}{n_v} - 1} \quad (\text{IV.4})$$

Les paramètres des équations sont présentés dans la table IV.1.

Dans ce modèle nous ne prenons pas en compte les transferts de fluides et les échanges entre la plaque subduite et le coin du manteau. Seul le modèle thermomécanique est réalisé. L'hydratation et le calcul de la fusion partielle sont exécutés a posteriori.

### IV.1.1 Géométrie du modèle

La figure (IV.1) présente les caractéristiques géométriques du modèle et la résolution du maillage proche de la zone de subduction. Le modèle est divisé en trois domaines distincts ayant des propriétés différentes.

Le domaine n°1 est celui de la croûte subduite. Son épaisseur est fixée à 7 km pour tous les modèles. Notre objectif est de pouvoir contrôler le pendage de la zone de subduction. Pour ce faire, nous prolongeons ce domaine jusqu'à une profondeur de 100 km, ce qui correspond à notre épaisseur de la lithosphère thermique.

Le domaine n°2 est celui de la croûte chevauchante. Son épaisseur varie en fonction des modèles et est supposée constante sur toute la longueur du modèle. Le troisième domaine est celui du manteau lithosphérique et asthénosphérique.

Notre zone d'étude se limite essentiellement au coin du manteau. Nous utilisons un modèle aux dimensions supérieures à notre zone d'étude pour nous affranchir des effets de bords et des conditions aux limites. Le modèle mesure 550 km d'épaisseur pour une longueur de 2220 km. La limite à 550 km est choisie pour ne pas avoir à prendre en compte la transition entre le manteau inférieur et le manteau supérieur.

La zone qui nécessite le plus de précision est celle située à l'intersection entre les trois domaines décrits précédemment. La résolution du maillage est donc établie avec une hauteur d'élément croissante depuis l'extrémité du coin du manteau vers les bords du modèle. La hauteur d'un élément triangulaire varie de 0,5 km proche de l'extrémité du coin du manteau à environ 30 km dans les régions les plus éloignées. Le nombre d'élément varie en fonction du modèle autour d'une valeur moyenne de 13 200 triangles et 6 400 noeuds.

### IV.1.2 Conditions aux limites

Nous imposons des conditions limites différentes dans chacun des domaines (Figure IV.1). Notre modèle utilise une géométrie imposée avec une position de la fosse fixe dans le temps. La croûte chevauchante joue ainsi le rôle de butée.

Dans le domaine n°1, la vitesse de la plaque est imposée et égale à la vitesse de subduction du modèle. La vitesse est supposée constante jusqu'à 100 km de profondeur. Au delà, l'évolution de la plaque est laissée libre.

Description	Symboles	Valeurs	Unités
Masse volumique du manteau	$\rho$	3300	$\text{kg.m}^{-3}$
Chauffage radiogénique	$Q$	$9.20 \cdot 10^{-8}$	$\text{W.m}^{-3}$
Diffusivité thermique	$\kappa$	$0.8 \cdot 10^{-6}$	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
Conductivité thermique	$k$	2.56	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Coefficient d'expansion thermique	$\alpha$	$3.5 \cdot 10^{-5}$	$\text{K}^{-1}$
Accélération de pesanteur	$g$	9.81	$\text{m.s}^{-2}$
Facteur préexponentiel	$A_0^{dry}$	53280	$\text{kJ.mol}^{-1}$
Energie d'activation	$E_a$	395	$\text{kJ.mol}^{-1}$
Volume d'activation	$V_a$	$2.34 \cdot 10^{-5}$	$\text{m}^3.\text{mol}^{-1}$
Constante des gaz parfaits	$R$	8.32	$\text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Contrainte de cohésion	$\tau_0$	1	MPa
Taux de déformation de référence	$\dot{\epsilon}_{ref}$	$10^{-14}$	$\text{s}^{-1}$
Exposant pour la rhéologie visqueuse	$n_v$	3	
Exposant pour la rhéologie cassante	$n_p$	30	
Accroissement de la contrainte de cisaillement avec la profondeur pour la croûte	$\gamma_c$	0.06	
Accroissement de la contrainte de cisaillement avec la profondeur pour le manteau	$\gamma_m$	1.5	

TAB. IV.1 – Résumé des valeurs des paramètres intervenant dans le calcul du modèle thermomécanique et de la viscosité.

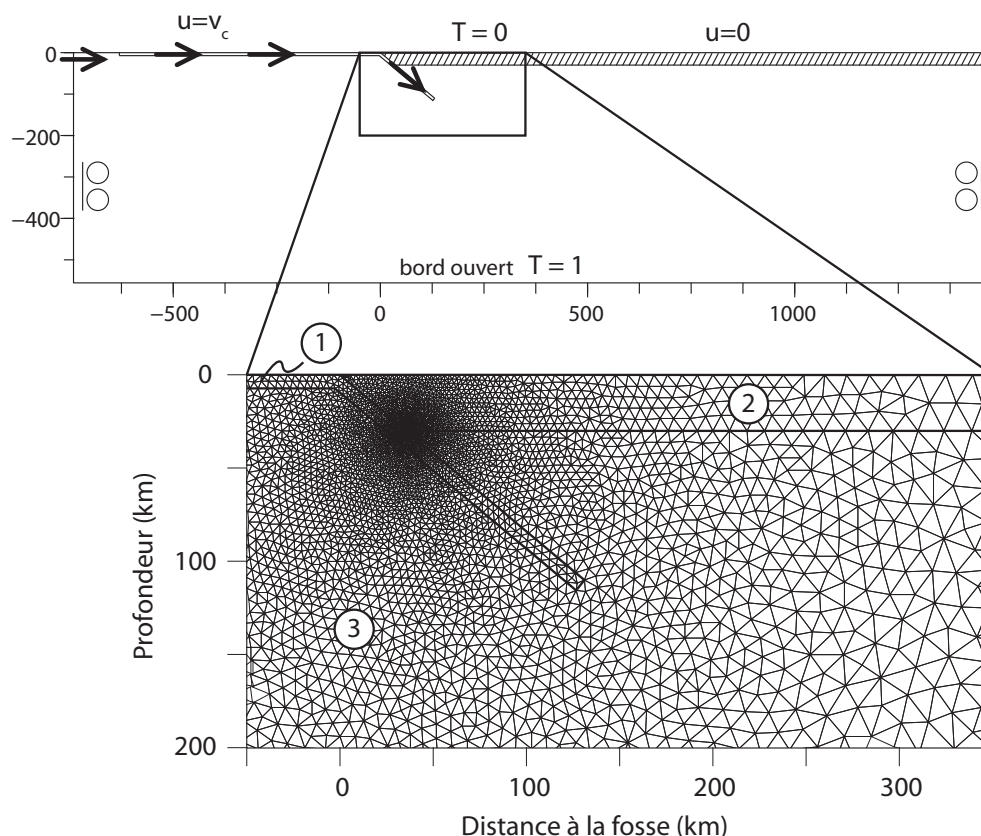


FIG. IV.1 — Caractéristiques géométriques et conditions aux limites du maillage pour un modèle avec une épaisseur de croûte chevauchante de 30 km et un pendage de  $45^\circ$ . Le modèle est divisé en 3 domaines distincts : 1- la croûte subduite, 2- la croûte chevauchante et 3- le manteau. La vitesse de convergence des plaques est imposée sur le domaine 1 jusqu'à une profondeur de 100 km. Les vitesses dans le domaine 2 sont nulles. Les deux bords latéraux du modèle ont des conditions limites de type bords libres. Une ouverture est pratiquée sur le bord droit pour faire pénétrer la lithosphère. Le bord inférieur est ouvert pour permettre d'évacuer la plaque subduite et éviter que celle-ci ne s'accumule à la base du modèle. L'encart représente la résolution du maillage utilisé pour ce modèle. Le nombre d'éléments triangulaires est de 13 200 pour 6400 noeuds. La hauteur d'un élément varie de 0,5 km proche de l'extrémité du coin du manteau à environ 30 km sur les bords du modèle.

Le domaine 2 joue le rôle de butée, ses vitesses sont donc nulles. Les équations de Stokes sont résolues sur le domaine 3 correspondant au manteau. Les deux bords latéraux sont fermés avec des conditions de bords libres. La matière est supposée pouvoir migrer verticalement mais pas horizontalement. Une ouverture est pratiquée au sommet du bord gauche sur une épaisseur de 100 km, correspondant à l'épaisseur de la lithosphère (Figure IV.1). Cette ouverture permet de faire pénétrer dans le modèle une lithosphère avec une

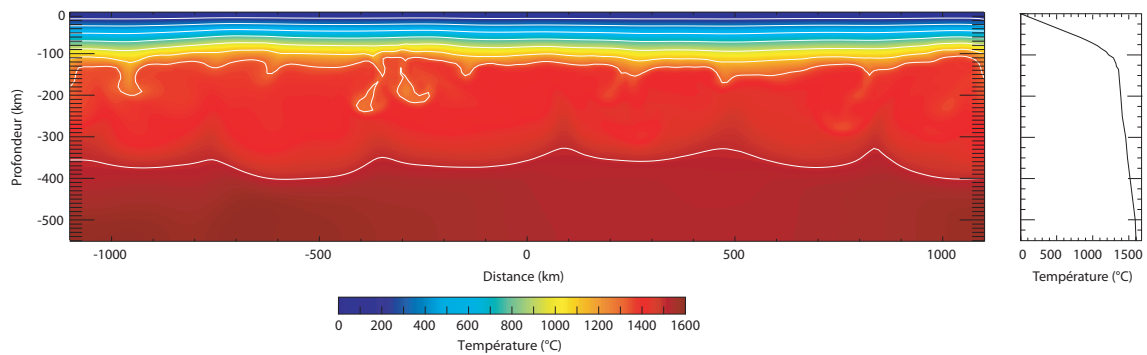


FIG. IV.2 – Modèle thermique de départ. Il correspond à un modèle de convection stationnaire obtenu dans les mêmes conditions que le modèle de subduction mais sans mouvement des plaques en surface. La boîte est chauffée par une source radioactive interne de  $9,2 \cdot 10^8 \text{ W/m}^{-3}$ . Le refroidissement est assuré par une température nulle en surface.

épaisseur constante.

Le bord inférieur est laissé ouvert pour permettre l'évacuation de la plaque subduite et éviter l'accumulation de matériel froid en base du modèle.

Le modèle thermique de départ correspond à un modèle de convection stationnaire réalisé dans les mêmes conditions que le modèle de subduction mais sans mouvement des plaques en surface (Figure IV.2). Des tests préliminaires ont mis en évidence la formation d'anomalies thermiques froides à la base du modèle pouvant jouer un rôle sur les conditions thermiques dans le coin du manteau pendant de grandes échelles de temps. Pour supprimer ces anomalies, une température constante de  $1615^\circ\text{C}$  est imposée sur le bord inférieur, correspondant à la température moyenne obtenue dans le modèle de convection.

De petites cellules de convection se forment à la base de la lithosphère thermique, se traduisant par la chute de petits panaches froids. Le chauffage interne dans l'ensemble de la boîte induit une remontée globale du manteau chaud vers la surface. Pour compenser ce phénomène, de petites anomalies froides chutent depuis la base de la lithosphère et viennent refroidir le manteau sous-jacent (Figure IV.2).

## IV.2 Description des résultats

Nous réalisons trois séries de modèles en faisant varier chaque paramètre dans une gamme de valeurs correspondant à des subductions actuelles.

- *L'épaisseur de la croûte chevauchante,  $h_c$* , varie entre 10 et 50 km pour un taux de convergence de 5 cm/an et un pendage de  $45^\circ$  ;
- *Le taux de convergence,  $v_c$* , varie entre 2 cm/an et 9 cm/an, pour une épaisseur de croûte chevauchante de 30 km et un pendage de  $45^\circ$  ;



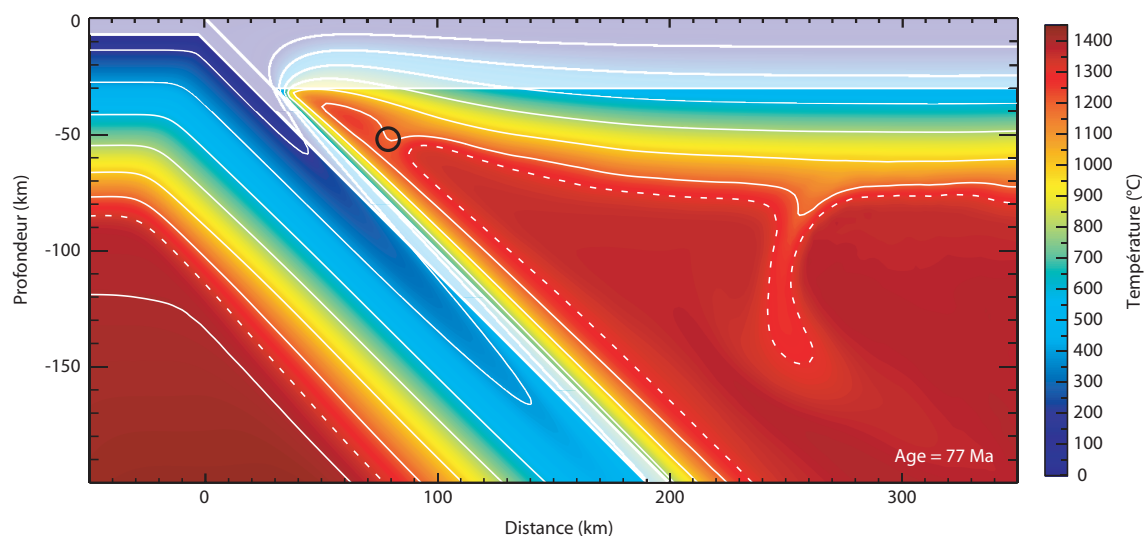


FIG. IV.3 – Influence des passages des panaches froids dans la zone du coin du manteau sur la fusion partielle pour une simulation avec  $h_c = 30$  km,  $v_c = 5$  cm/an et  $\alpha_s = 45^\circ$ . Un premier panache froid a atteint le coin du manteau (cercle noir). Un second se forme à 250 km de la fosse. Ils pénètrent régulièrement dans le coin du manteau avec une périodicité de 4-5 Ma. Les courbes blanches sont des isothermes tous les  $200^\circ\text{C}$  et la ligne pointillée marque l'isotherme à  $1300^\circ\text{C}$ .

- *Le pendage*,  $\alpha_s$  varie de  $35^\circ$  à  $75^\circ$  pour une épaisseur de croûte chevauchante de 30 km et un taux de convergence de 5 cm/an.

Pour permettre la stabilisation des modèles, chaque simulation porte sur une durée de 100 Ma.

Le modèle correspondant à une épaisseur de croûte chevauchante de 30 km, un taux de convergence de 5 cm/an et un pendage de  $45^\circ$  est commun aux trois séries de simulations. Nous l'utilisons pour décrire les résultats et expliciter le calcul de la fusion partielle.

## IV.2.1 Structure thermique du coin du manteau

La figure (IV.3) présente la structure thermique du modèle 77 Ma après le début de la subduction. La température dans la partie mantellique de notre zone d'étude peut atteindre des valeurs maximales de  $1450^\circ\text{C}$ .

La plaque plongeante induit un courant dans le coin asthénosphérique qui draine du matériel chaud jusqu'à la base de la croûte chevauchante (environ  $1100^\circ\text{C}$  à 50 km de la fosse). L'action de ce courant provoque le déplacement des cellules de convection observées à la base de la lithosphère thermique (Figure IV.2). De petits panaches froids viennent donc refroidir périodiquement le coin du manteau. Dans le cas de ce modèle, la périodicité de ces panaches froids est de 4 à 5 Ma (Figure IV.4).

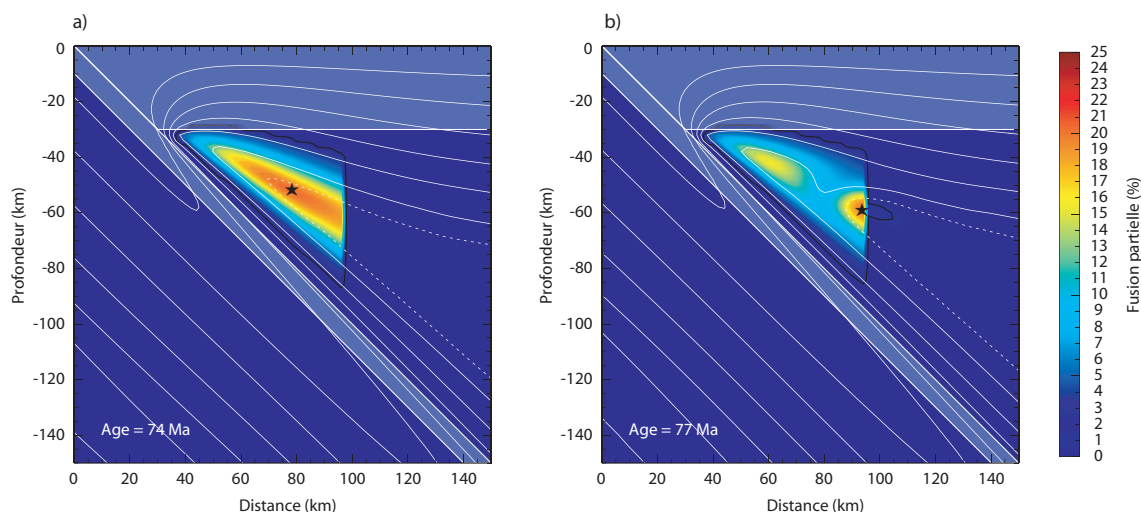


FIG. IV.4 – Influence des passages des panaches froids dans la zone du coin du manteau sur la fusion partielle pour une simulation avec  $h_c = 30$  km,  $v_c = 5$  cm/an et  $\alpha_s = 45^\circ$ . a) Répartition de la fusion partielle avant le passage d'un panache froid 74 Ma après le début de la subduction (cercle noir de la figure IV.6). b) Répartition de la fusion partielle pendant le passage d'un panache froid 77 Ma après le début de la subduction (carré noir de la figure IV.6). La position du maximum de fusion est localisée par une étoile.

## IV.2.2 Hydratation du coin du manteau

Les transferts d'eau entre la croûte plongeante et le coin du manteau ne sont pas calculés simultanément au modèle thermomécanique. Pour simuler une fusion partielle en présence d'eau, nous hydratons artificiellement le coin du manteau.

Les teneurs en eau dépendent de l'assemblage minéralogique choisi. Nous limitons notre modèle à deux compositions : un basalte de ride océanique (MORB) pour la croûte chevauchante et subduite et une composition de lherzolite pour les zones mantelliques (Hacker et al., 2003). Une surface triangulaire du manteau comprise entre la surface de la plaque plongeante et la base de la croûte chevauchante est hydratée (Figure IV.5). Les conditions de pression et de température sont déterminées grâce au modèle thermomécanique. À partir du diagramme de phase d'une MORB (Hacker et al., 2003) (Figure IV.5 a), nous saturons l'espace occupé par la croûte subduite (Figure IV.5 b). Dans les faciès de hautes pressions et hautes températures, la croûte océanique peut accepter une teneur en eau très faible de 0,09 wt%. Le seuil de déshydratation de la croûte subduite est déterminé par la dernière transition de phase franchie par la croûte (Figure IV.5). La profondeur de déshydratation ainsi identifiée, nous hydratons le coin du manteau sus-jacent avec une teneur en eau homogène de 0,5 wt% (Katz et al., 2003). Nous ne faisons pas d'hypothèse sur la quantité d'eau transmise au coin asthénosphérique et introduisons une teneur en eau homogène.

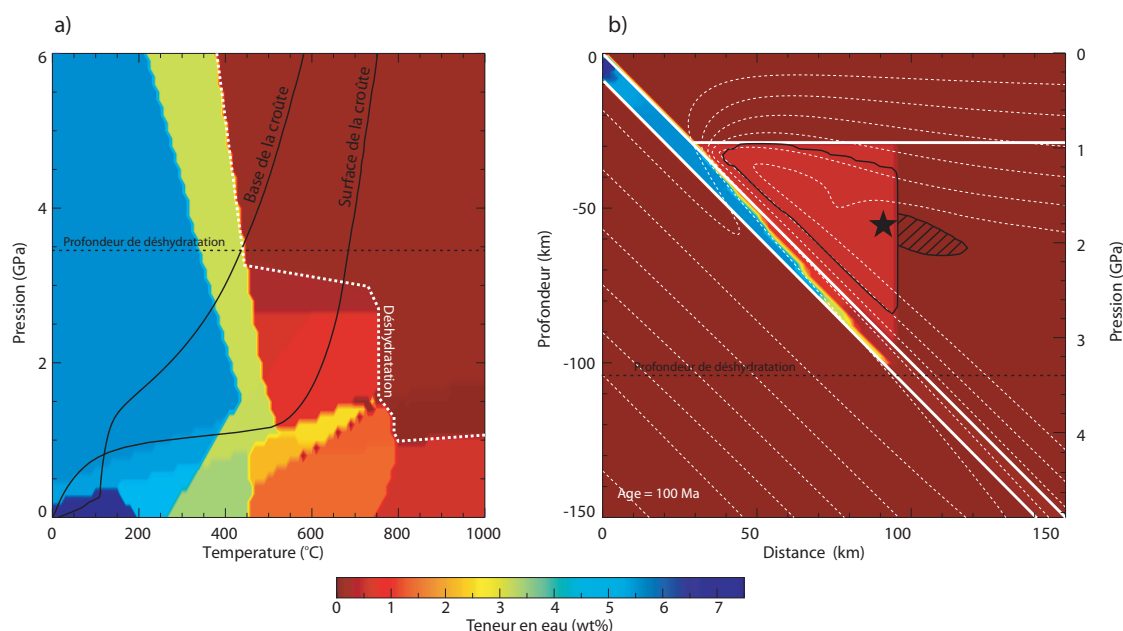


FIG. IV.5 – Détermination de la profondeur maximale de déshydratation de la croûte plongeante pour déterminer la zone du coin du manteau qui sera hydratée. a) Diagramme de phase d'un MORB (Hacker et al., 2003) et les profils pression-température le long de la plaque plongeante. b) Teneur en eau (wt%) du modèle ( $h_c = 30\text{km}$ ,  $v_c = 5\text{cm/an}$  et  $\alpha_s = 45^\circ$ ) 100 Ma après le début de la subduction. La profondeur maximale de déshydratation de la croûte (ici 104 km) détermine la zone d'hydratation du coin du manteau avec une teneur en eau de 0,5 wt%. La limite noire représente l'étendue maximale de fusion partielle. Celle-ci est principalement localisée dans la partie hydratée du coin du manteau. Une petite zone de fusion partielle anhydre (hachures) apparaît en dehors de la zone hydratée. L'étoile noire localise le maximum de fusion.

### IV.2.3 Calcul de la fusion partielle

Le taux de fusion partielle est calculé en utilisant le modèle de Katz et al. (2003) (chapitre II section II.5). La figure (IV.5) montre la répartition de la fusion partielle 100 Ma après le début de la subduction. La fusion partielle est essentiellement localisée dans la zone hydratée du coin du manteau avec un taux de fusion maximal de 24%. Il faut noter qu'une faible proportion de cette surface se situe hors de la zone hydratée (2%). Il y a donc une part de fusion anhydre dans le calcul du taux de fusion moyen (6,7%).

L'évolution de la fusion partielle est suivie au cours des 100 Ma que dure la simulation. La figure (IV.6) montre les variations de ces différents paramètres au cours du temps. Les taux de fusion partielle, maximum et moyen, croissent très rapidement au cours des 5 premiers millions d'années (respectivement 8,7 % et 4,6%) avant de suivre une pente constante de 0,15 %/Ma pour le taux de fusion partielle moyen et de 0,42 %/Ma pour

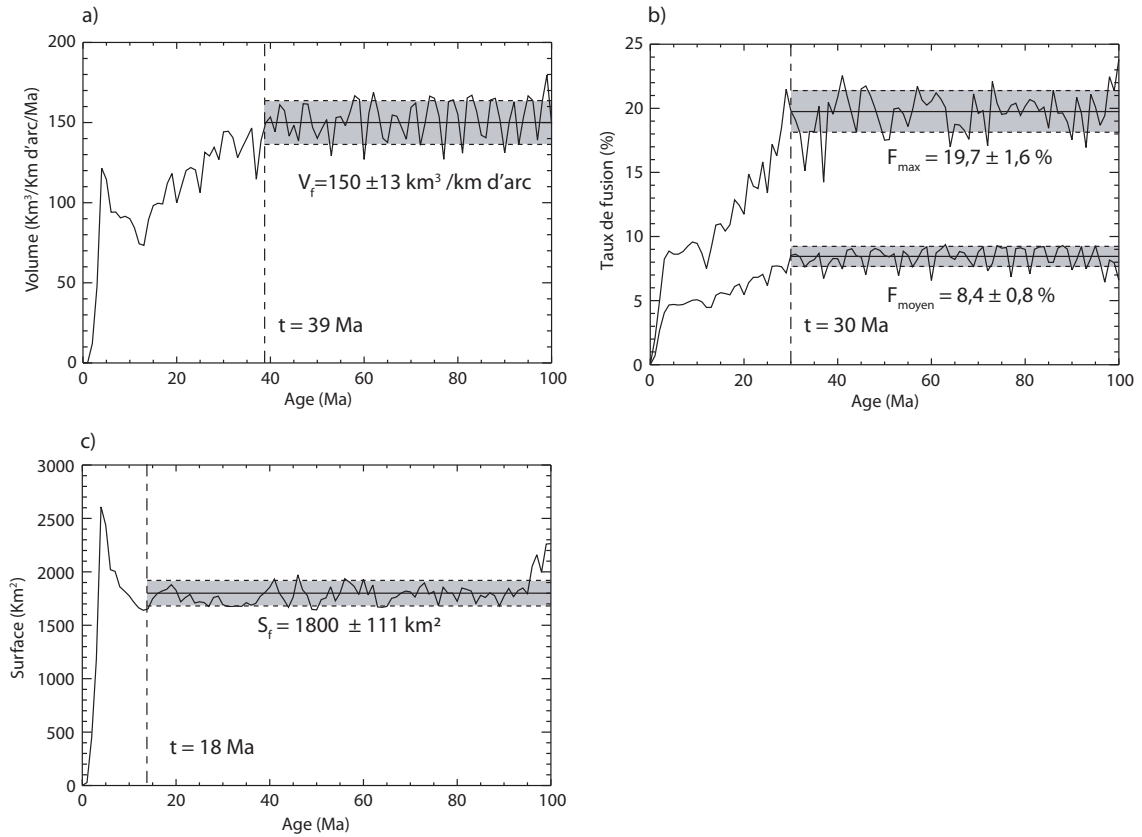


FIG. IV.6 – Variations au cours du temps des mesures du (a) volume de magma produit (b) du taux de fusion partielle maximum et moyen ; et de (c) l'extension de la zone de fusion partielle. Les valeurs se stabilisent autour d'une valeur moyenne après un temps écoulé depuis le démarrage de la subduction (ligne pointillée verticale). La valeur moyenne et son intervalle de variation (zone grisée) sont calculés après stabilisation.

le taux de fusion maximal. Dans cette simulation, le taux de fusion partielle se stabilise autour d'une valeur moyenne de  $8,3 \pm 0,8$  % et  $19,6 \pm 1,6$  % respectivement au delà de 30 Ma. Les résultats présentent des oscillations autour d'une valeur moyenne qui sont la conséquence des variations de température dans le coin du manteau. Le courant mantellique, induit par la subduction, introduit périodiquement de petits panaches froids qui sont la conséquence du modèle rhéologique. Ces variations de température dans le coin du manteau sont responsables de la variation des taux de fusion partielle (Figure IV.4).

L'extension de la zone de fusion partielle se stabilise très rapidement, à partir de 18 Ma pour ce modèle. Le maximum de la surface de fusion est atteint après 5 Ma (2600 km<sup>2</sup>) avant de se stabiliser à  $1800 \pm 111$  km<sup>2</sup>. Au cours des premiers millions d'années de la subduction, la plaque froide ne s'est pas encore homogénéisée avec le manteau environnant. Dans ces cas là, une croûte froide peut atteindre des profondeurs plus impor-

TAB. IV.2 – Tableau récapitulatif des modèles réalisés pour différentes épaisseurs de croûte chevauchante,  $h$ .  $F_{max}$  est le taux de fusion maximum,  $F_{moyen}$  est le taux de fusion moyen sur la surface de fusion partielle,  $V_f$  est le volume moyen de magma produit,  $S_f$  est l'extension de la zone de fusion partielle et  $h_{dehy}$  est la profondeur maximale de déshydratation de la croûte.

$h$ (km)	$F_{max}$ (%)	$F_{moyen}$ (%)	Volume ( $V_f$ ) (km <sup>3</sup> /km d'arc)	Extension ( $S_f$ ) (km <sup>2</sup> )	$h_{dehy}$ (km)
10	19,6 ± 1,8	8,4 ± 0,5	172 ± 14	2050 ± 102	104 ± 2
20	21,4 ± 1,7	8,2 ± 1,0	190 ± 14	2348 ± 289	102 ± 2
25	20,1 ± 1,5	8,4 ± 0,6	166 ± 12	1972 ± 130	102 ± 2
30	19,6 ± 1,6	8,4 ± 0,8	150 ± 13	1799 ± 111	102 ± 2
35	16,8 ± 2,8	6,3 ± 0,9	110 ± 13	1778 ± 290	102 ± 2
40	17,9 ± 2,1	7,7 ± 0,7	111 ± 10	1444 ± 136	102 ± 2
50	17,3 ± 1,7	8,0 ± 0,9	89 ± 8	1130 ± 99	110 ± 2

tantes avant d'être complètement déshydratée. Suivant notre méthodologie, la surface du manteau qui est hydratée est donc également plus importante.

À partir du taux de fusion partielle et de son extension, nous pouvons déterminer un volume de magma produit en extrapolant notre modèle en deux dimensions pour un kilomètre d'arc volcanique. Ce volume croît très rapidement au cours des 5 premiers millions d'années, parallèlement à la surface de fusion partielle. Entre 10 et 39 Ma, le volume de magma produit augmente régulièrement de 2,2 km<sup>3</sup>/Ma avant de se stabiliser à une valeur moyenne de 150 ± 13 km<sup>3</sup> à partir de 39 Ma.

## IV.3 Résultats

### IV.3.1 Influence de l'épaisseur de croûte

Sept modèles ont été réalisés en faisant varier l'épaisseur de croûte chevauchante entre 10 et 50 km (Table IV.2). La figure (IV.7) présente trois résultats pour des épaisseurs de croûte de 10, 30 et 50 km, 100 Ma après le début de la subduction. Dans tous les modèles la profondeur de déshydratation de la croûte subduite varie peu entre 102 ± 2 km et 110 ± 2 km. Par conséquent, la surface du coin du manteau qui est hydratée dépend uniquement de la profondeur du Moho (Figure IV.7). Elle est fonction de la relation :

$$S_h = \frac{(h_{dehy} - h_c - e)^2}{\tan(\alpha_s)} \quad (IV.5)$$

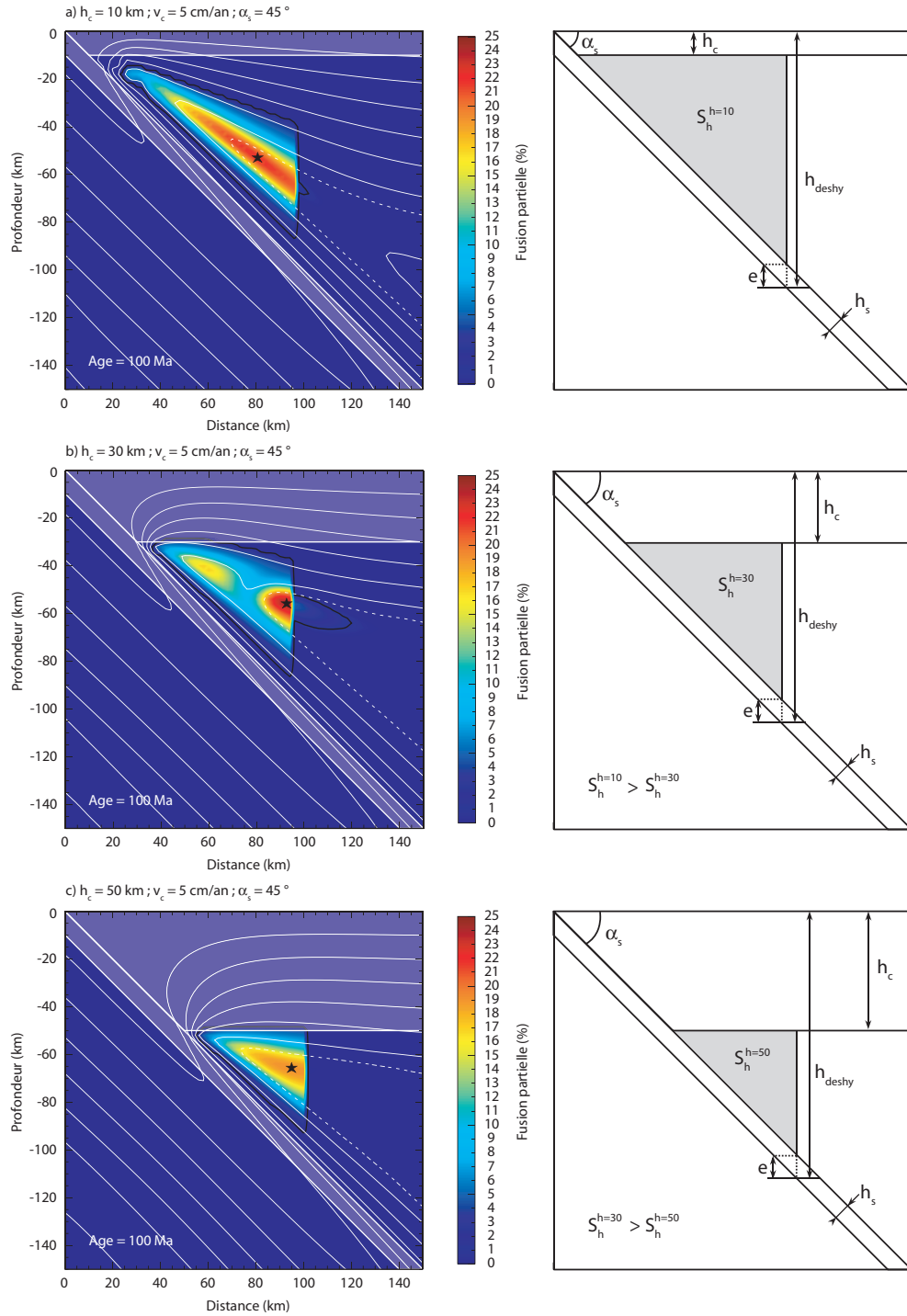


FIG. IV.7 – Répartition de la zone de fusion partielle pour différentes profondeurs du Moho 100 Ma après le début de la subduction : a) 10 km, b) 30 km et c) 50 km. Le taux de convergence et le pendage sont fixés respectivement à 5 cm/an et  $45^\circ$ . Les isothermes sont représentés par des courbes tous les  $200^\circ\text{C}$  plus un isotherme à  $1300^\circ\text{C}$  en pointillés blancs. La position de la croûte chevauchante et de la croûte subduite sont représentées par des zones grisées. La zone délimitée par la ligne noire indique un taux de fusion partielle supérieur à 1%. La position de l'étoile noire indique la position du maximum de fusion partielle.

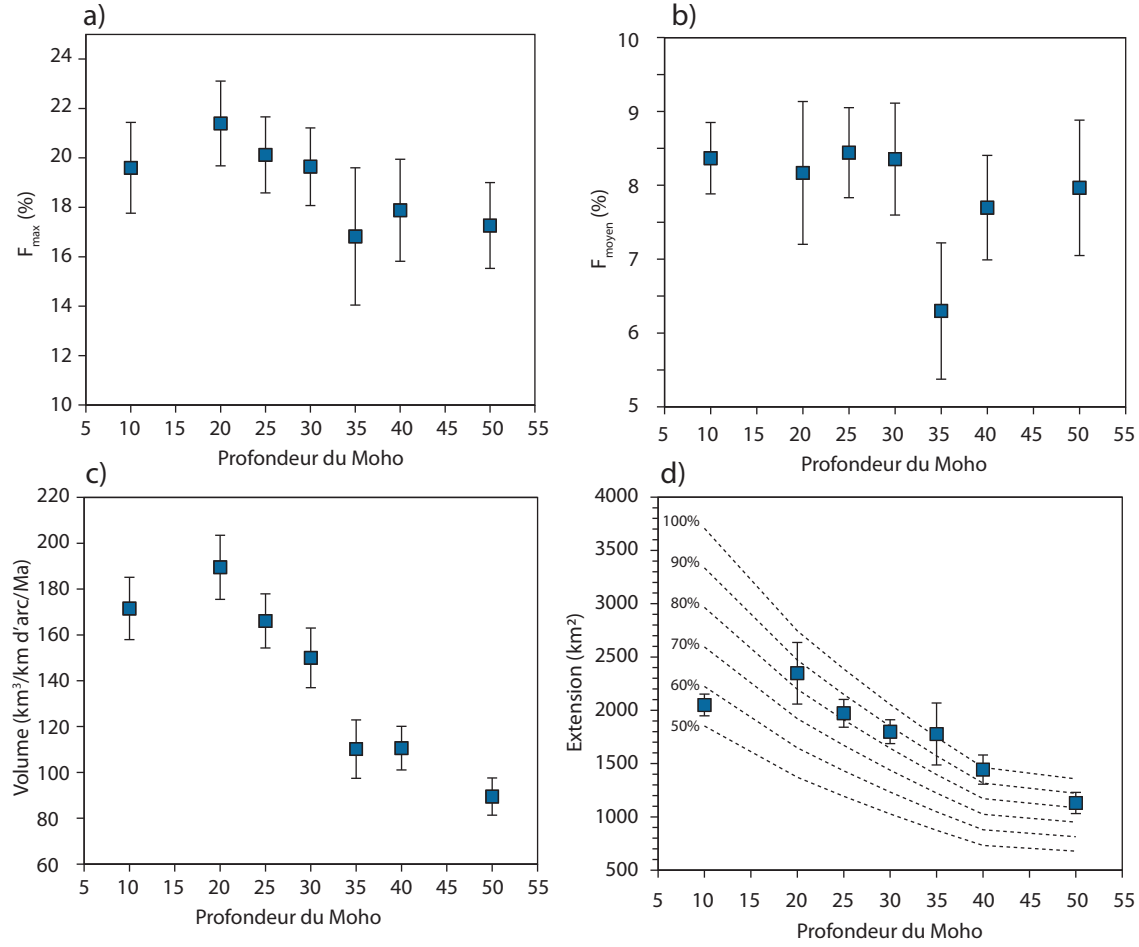


FIG. IV.8 – Variation du taux de fusion partielle maximal (a), du taux de fusion partielle moyen (b), du volume de magma produit (c) et de l'extension de la fusion partielle (d) en fonction de la profondeur du Moho. Chaque point correspond à une valeur moyenne obtenue après stabilisation du modèle avec une fois son écart-type. Les lignes pointillées correspondent à la surface du manteau hydraté.

où  $S_h$  est la surface du coin du manteau hydratée,  $h_{\text{dehy}}$  est la profondeur maximale de déshydratation du slab et  $e$  l'épaisseur de la croûte entre la profondeur de déshydratation et le sommet du slab. La croûte subduite a une épaisseur,  $h_s$ , constante pour tous les modèles de 7 km. L'épaisseur,  $e$ , est donc uniquement fonction de l'angle de la subduction,  $\alpha_s$  :

$$e = \frac{h_s}{\cos \alpha_s} \quad (\text{IV.6})$$

La figure (IV.8) représente les variations des taux de fusion partielle, de la surface de fusion et du volume de magma en fonction de la profondeur du Moho. Le taux de fusion partielle maximal varie entre  $21,4 \pm 1,7$  % et  $16,8 \pm 2,8$  % avec une tendance décrois-

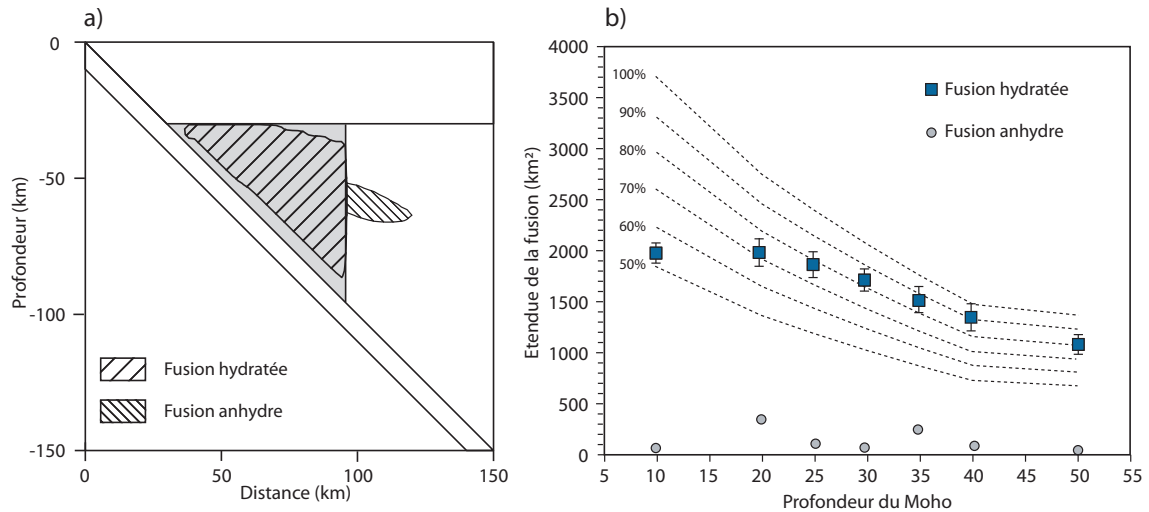


FIG. IV.9 – Séparation de la fusion en présence d’eau et de la fusion anhydre. Répartition de la fusion partielle pour le modèle  $h_c = 30$  km (a). Variation de chacun des deux types de fusion en fonction de l’épaisseur du Moho.

sante lorsque l’épaisseur de croûte chevauchante augmente entre 20 et 50 km. Le modèle avec une épaisseur de 10 km s’écarte de cette tendance.

Les variations du taux de fusion partielle moyen sont inférieures aux erreurs mesurées. Ce qui ne nous permet pas de conclure à une influence de l’épaisseur du Moho sur ce paramètre. Cependant, pour une épaisseur de 35 km, la valeur enregistrée est très nettement inférieure aux autres ( $6,3 \pm 0,9$  %).

L’évolution de la surface et du volume de fusion partielle suit la même tendance décroissante que le taux de fusion maximal entre 20 et 50 km d’épaisseur. Les volumes de magma produits diminuent de  $190 \pm 14$  km<sup>3</sup> à  $89 \pm 8$  km<sup>3</sup>. La figure (IV.8 d) compare l’extension de la zone de fusion partielle totale par rapport à la surface du coin du manteau qui est hydratée.

Nous pouvons décomposer la surface de fusion partielle en deux entités distinctes : la fusion en présence d’eau dans le coin du manteau hydraté et la fusion uniquement anhydre (Figure IV.9). Plus l’épaisseur de la croûte chevauchante augmente et plus la proportion de la surface du coin du manteau qui est hydratée fond. L’évolution de la fusion partielle dans le coin du manteau hydratée se corrèle parfaitement avec les variations de la profondeur du Moho. Plus l’épaisseur de croûte chevauchante augmente et plus la surface de fusion en présence d’eau diminue.



La portion de fusion anhydre est totalement décorrélée des variations du Moho. Cependant, une part de la zone de fusion hydratée peut également fondre sans eau. L'extension de la surface de fusion anhydre ne représente qu'au maximum 10% de la surface de fusion totale pour une épaisseur de croûte de 20 km et 35 km. Le taux de fusion moyen est fortement dépendant de la surface de fusion.

Pour une épaisseur de croûte chevauchante inférieure à 20 km, la surface de fusion hydratée se stabilise à 2000 km<sup>2</sup>. Pour une profondeur du Moho de 10 km, la fusion ne suit pas la même tendance que pour les données supérieures à 20 km. Dans tous les modèles, la zone de fusion partielle s'étend jusqu'à la base de la croûte chevauchante. Dans le cas de  $h = 10$  km, la zone de fusion ne remonte pas au dessus de 15 km (Figure IV.7). Il est probable que pour des épaisseurs de croûte chevauchante inférieures à 20 km, nous avons atteint un seuil dans la remontée du manteau chaud dans le coin asthénosphérique. Ceci se traduit par la formation d'un plateau dans la mesure de la surface de fusion hydratée et dans le calcul de la fusion partielle (Figure IV.8 et IV.9).

### IV.3.2 Influence du taux de convergence

Dans l'étude de l'influence du taux de convergence sur la fusion partielle, les épaisseurs de croûte chevauchante et le pendage sont fixés respectivement à 30 km et 45°. Neuf modèles sont réalisés avec des vitesses de subduction allant de 2 cm/an à 9 cm/an (Table IV.3).

La figure (IV.10) représente trois résultats pour trois taux de convergence différents : 2 cm/an, 5 cm/an et 8 cm/an. Pour des vitesses de subduction comprises entre 2 et 5 cm/an,

TAB. IV.3 – Tableau récapitulatif des modèles réalisés avec un taux de convergence,  $v_{sub}$  allant de 2 à 9 cm/an. le pendage et l'épaisseur de la croûte chevauchante sont fixé respectivement à 45° et 30 km. Voir le tableau IV.2 pour la signification des autres variables (table IV.2)

$v_{sub}$ (cm/an)	$F_{max}$ (%)	$F_{moyen}$ (%)	Volume ( $V_f$ ) (km <sup>3</sup> /km d'arc)	Extension ( $S_f$ ) (km <sup>2</sup> )	$h_{deshy}$ (km)
2	12,9 ± 1,7	5,4 ± 0,5	68 ± 6	1274 ± 69	100 ± 2
3	17,2 ± 2,0	6,9 ± 0,8	111 ± 11	1602 ± 121	102 ± 2
4	18,2 ± 1,8	7,6 ± 0,7	128 ± 10	1688 ± 103	102 ± 2
5	19,6 ± 1,6	8,4 ± 0,8	150 ± 13	1799 ± 111	102 ± 2
6	21,5 ± 1,7	8,9 ± 0,9	197 ± 17	2240 ± 168	110 ± 2
7	22,0 ± 1,9	9,7 ± 0,8	239 ± 20	2478 ± 129	116 ± 2
8	22,1 ± 1,7	9,7 ± 0,7	290 ± 23	2980 ± 104	124 ± 2
9	22,0 ± 1,8	9,5 ± 0,7	294 ± 24	3099 ± 70	128 ± 2

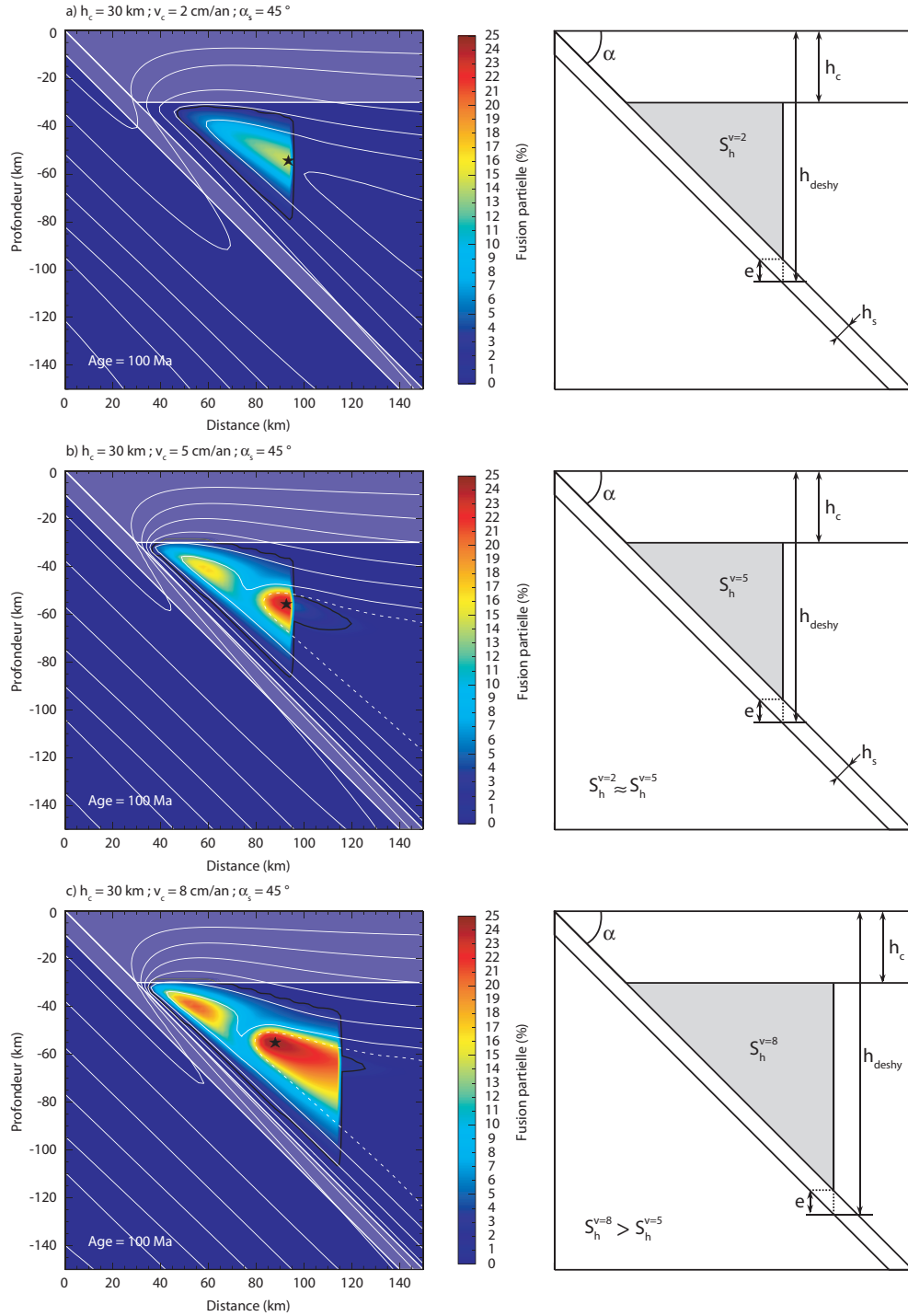


FIG. IV.10 – Répartition de la zone de fusion partielle pour différents taux de convergence 100 Ma après le début de la subduction : a) 2 cm/an, b) 5 cm/an et c) 8 cm/an. L'épaisseur de la croûte chevauchante et le pendage sont fixés respectivement à 30 km et  $45^\circ$ . Les isothermes sont représentés par les lignes courbes tous les  $200^\circ\text{C}$  plus l'isotherme à  $1300^\circ\text{C}$  par une ligne pointillée blanche. La position de la croûte chevauchante et de la croûte subduite sont représentées par des zones grisées. L'aire délimitée par la ligne noire marque un taux de fusion partielle supérieur à 1%. La position de l'étoile noire indique la position du maximum de fusion partielle.

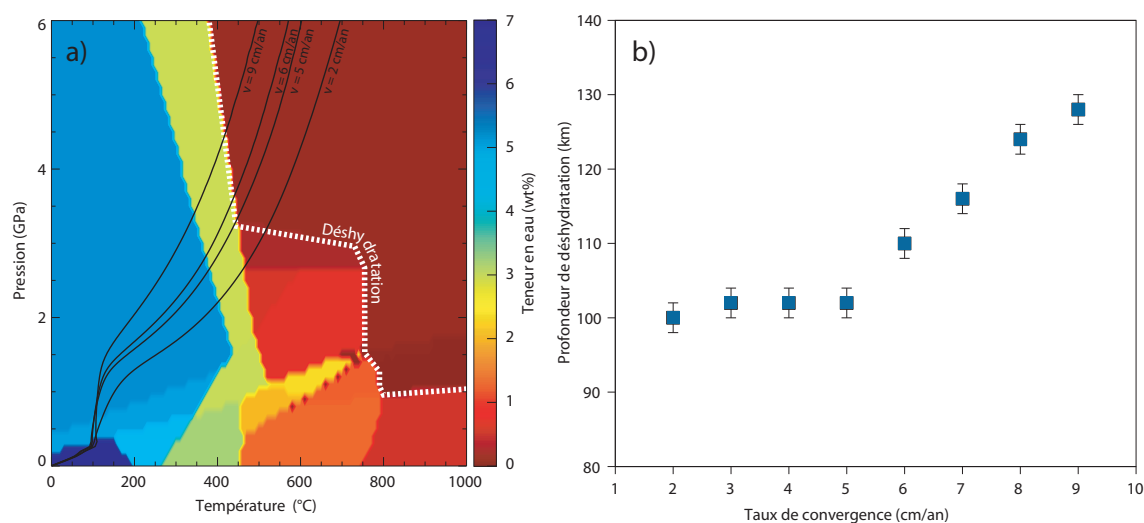


FIG. IV.11 — a) Profil pression-température suivi par le toit de la croûte plongeante dans le diagramme de phase d'un MORB (Hacker et al., 2003) pour différents taux de convergence. b) Variation de la profondeur de déshydratation de la croûte océanique en fonction du taux de convergence.

la surface du coin du manteau hydratée reste constante ( $2050 \pm 30 \text{ km}^2$ ). Au delà de 5 cm/an, la surface hydratée croît régulièrement de  $500 \text{ km}^2 \cdot (\text{cm/an})^{-1}$  (soit  $50\,000 \text{ km} \cdot \text{an}$ ) pour atteindre  $4060 \text{ km}^2$  à 9 cm/an.

Cette surface est corrélée à la profondeur de déshydratation (Equation IV.5). Dans ce cas ci, l'épaisseur de la croûte chevauchante et le pendage sont fixes. La profondeur de déshydratation de la croûte varie donc uniquement en fonction du taux de convergence (Figure IV.11).

Pour des vitesses de subduction entre 2 et 4 cm/an, la déshydratation de la plaque plongeante est contrôlée par la transition de phase entre le faciès d'Eclogite à zoïsité et le faciès d'Eclogite à diamant. La température de déshydratation passe de  $520^\circ\text{C}$  à  $450^\circ\text{C}$  pour une augmentation de pression de seulement 0,1 GPa, soit une variation de 3 km. La précision de la profondeur de déshydratation est de  $\pm 2 \text{ km}$ , ce qui explique qu'elle n'augmente que de 2 km entre 2 et 5 cm/an (Table IV.3). Au delà de 4 cm/an, la déshydratation de la plaque plongeante se fait entre les faciès d'Eclogite à amphibole et lawsonite et d'Eclogite à diamant. Cette fois-ci, une faible diminution de la température entraîne une variation importante de la pression dans le diagramme de phase du MORB ( $0,21 \text{ GPa} \cdot (\text{cm/an})^{-1}$  ou  $6,5 \text{ km} \cdot (\text{cm/an})^{-1}$  (Figure IV.11).

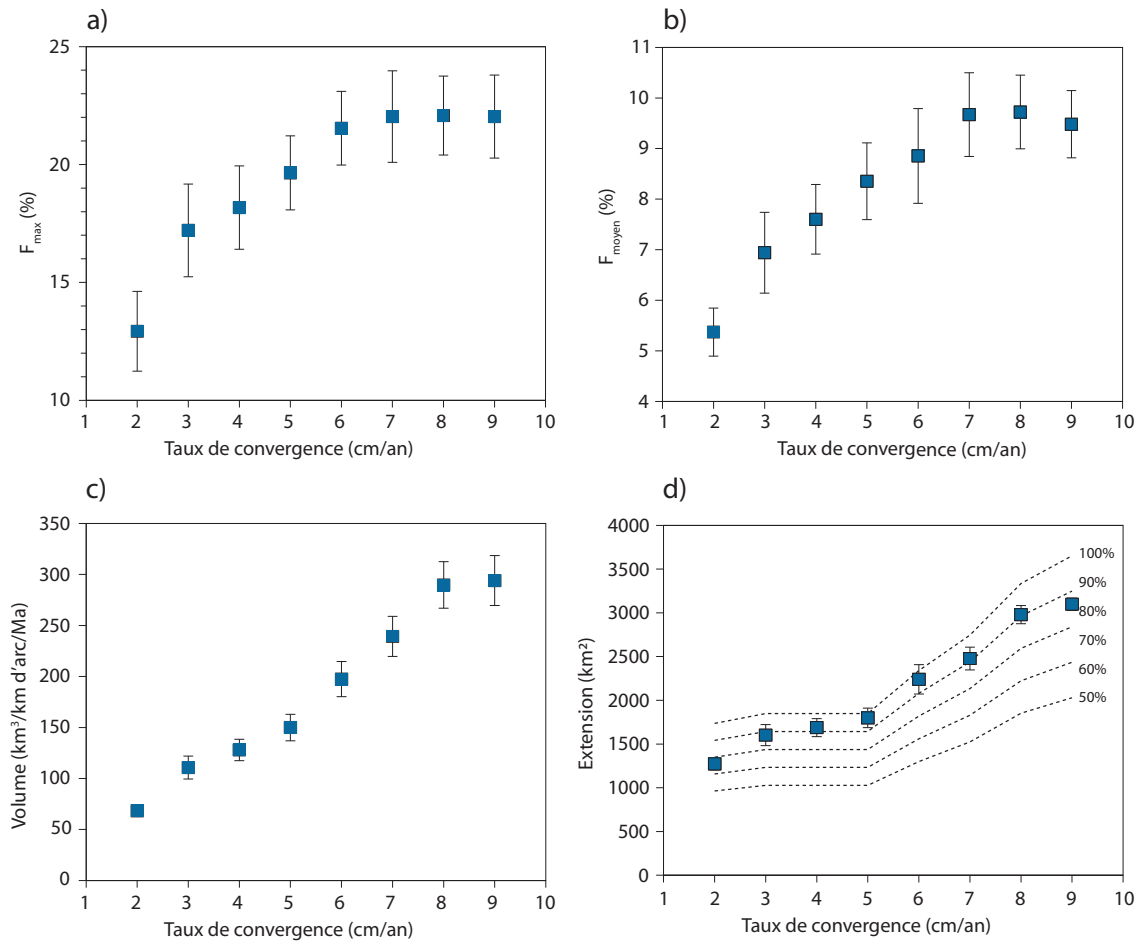


FIG. IV.12 – Variations du taux de fusion partielle maximal (a), du taux de fusion partielle moyen (b), du volume de magma produit (c) et de l'extension de la zone de fusion partielle (c) en fonction du taux de convergence. Les lignes pointillées représentent le pourcentage de la superficie de la zone hydratée.

La figure (IV.12) présente les variations des taux de fusion partielle, de la surface de fusion et du volume de magma en fonction du taux de convergence. Les taux de fusion partielle évoluent linéairement de  $13 \pm 1,7$  % pour un taux de convergence de 2 cm/an à  $22 \pm 2$  % pour un taux de convergence de 7 cm/an pour le taux de fusion maximal. Dans le cas du taux de fusion moyen, les valeurs passent de  $5,4 \pm 0,5$  % à  $9,7 \pm 0,8$  % pour le même intervalle de variation. Au delà de 7 cm/an, les taux de fusion partielle marquent un petit plateau autour de  $22 \pm 1,9$  % pour le taux maximum et de  $9,6 \pm 0,9$  % pour le taux moyen. Dans le cas du taux de fusion moyen, nous observons même une légère diminution à 9,5 % pour une vitesse de 9 cm/an. Cependant, la variation est de l'ordre de l'écart-type sur la mesure ( $\pm 0,7\%$ ).

Le volume et la surface de fusion présentent une évolution similaire et linéaire entre 2 et 9 cm/an. Les valeurs évoluent de  $68 \pm 6 \text{ km}^3/\text{km d'arc}$  à  $294 \pm 24 \text{ km}$  dans le cas du volume de magma produit et entre  $1273 \pm 70 \text{ km}^2$  et  $3100 \pm 70 \text{ km}^2$ . L'évolution linéaire marque un fléchissement autour de 5 cm/an. Cette variation locale est à mettre en rapprochement avec le changement de transition de phase décrit précédemment (Figure IV.11).

### IV.3.3 Influence du pendage

Les simulations obtenues pour les variations de pendage sont réalisées pour des valeurs entre  $35^\circ$  et  $75^\circ$ . L'épaisseur de croûte chevauchante et le taux de convergence sont fixés respectivement à 30 km et 5 cm/an (Table IV.4). La figure (IV.13) présente trois résultats obtenus pour des pendages de  $35^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $75^\circ$ .

La profondeur de déshydratation de la plaque plongeante croît avec l'augmentation du pendage,  $\alpha_s$ . La surface du coin du manteau hydratée est également fonction du pendage et diminue plus rapidement que la profondeur de déshydratation (Figure IV.13).

Les résultats montrent une variation inverse des taux de fusion maximal et moyen (Figure IV.14). Le taux maximal croît régulièrement entre  $35^\circ$  et  $75^\circ$  pour des taux de fusion compris entre  $17,9 \pm 1,8 \%$  et  $25,4 \pm 2,4 \%$ . Le taux de fusion moyen décroît de façon irrégulière entre  $9 \pm 0,8 \%$  et  $4,3 \pm 1,3 \%$ . Dans les cas précédents, les évolutions entre les taux de fusion partielle, les volumes et les surfaces de fusion se faisaient de manière conjointe. Une tendance décroissante se retrouve plus nettement dans les variations de volumes (de  $188 \pm 16 \text{ km}^3$  à  $58 \pm 14 \text{ km}^3$ ).

Pour des pendages de  $50^\circ$ ,  $65^\circ$  et  $75^\circ$ , la surface de fusion est supérieure à la surface du manteau hydratée. Dans ces modèles, la proportion de fusion anhydre est très supérieure

TAB. IV.4 – Tableau récapitulatif des modèles réalisés avec un pendage,  $\alpha_s$ , entre  $35^\circ$  et  $75^\circ$ . Le taux de convergence et la profondeur du Moho sont fixés respectivement à 5 cm/an et 30 km. Voir le tableau (IV.2) pour la signification des autres variables.

Pendage $\alpha$ ( $^\circ$ )	$F_{max}$ (%)	$F_{moyen}$ (%)	Volume ( $V_f$ ) ( $\text{km}^3/\text{km d'arc}$ )	Extension ( $S_f$ ) ( $\text{km}^2$ )	$h_{deshy}$ (km)
35	$17,9 \pm 1,8$	$7,7 \pm 0,7$	$187 \pm 16$	$2450 \pm 131$	$104 \pm 2$
45	$19,6 \pm 1,6$	$8,4 \pm 0,8$	$150 \pm 13$	$1799 \pm 111$	$111 \pm 2$
50	$23,6 \pm 2,2$	$8,1 \pm 1,1$	$176 \pm 21$	$2238 \pm 442$	$111 \pm 2$
55	$20,3 \pm 1,5$	$9,1 \pm 0,8$	$132 \pm 11$	$1461 \pm 54$	$114 \pm 2$
65	$25,4 \pm 2,4$	$5,1 \pm 1,6$	$145 \pm 24$	$3101 \pm 991$	$116 \pm 2$
75	$24,8 \pm 3,3$	$4,3 \pm 1,3$	$58 \pm 14$	$1465 \pm 532$	$115 \pm 2$

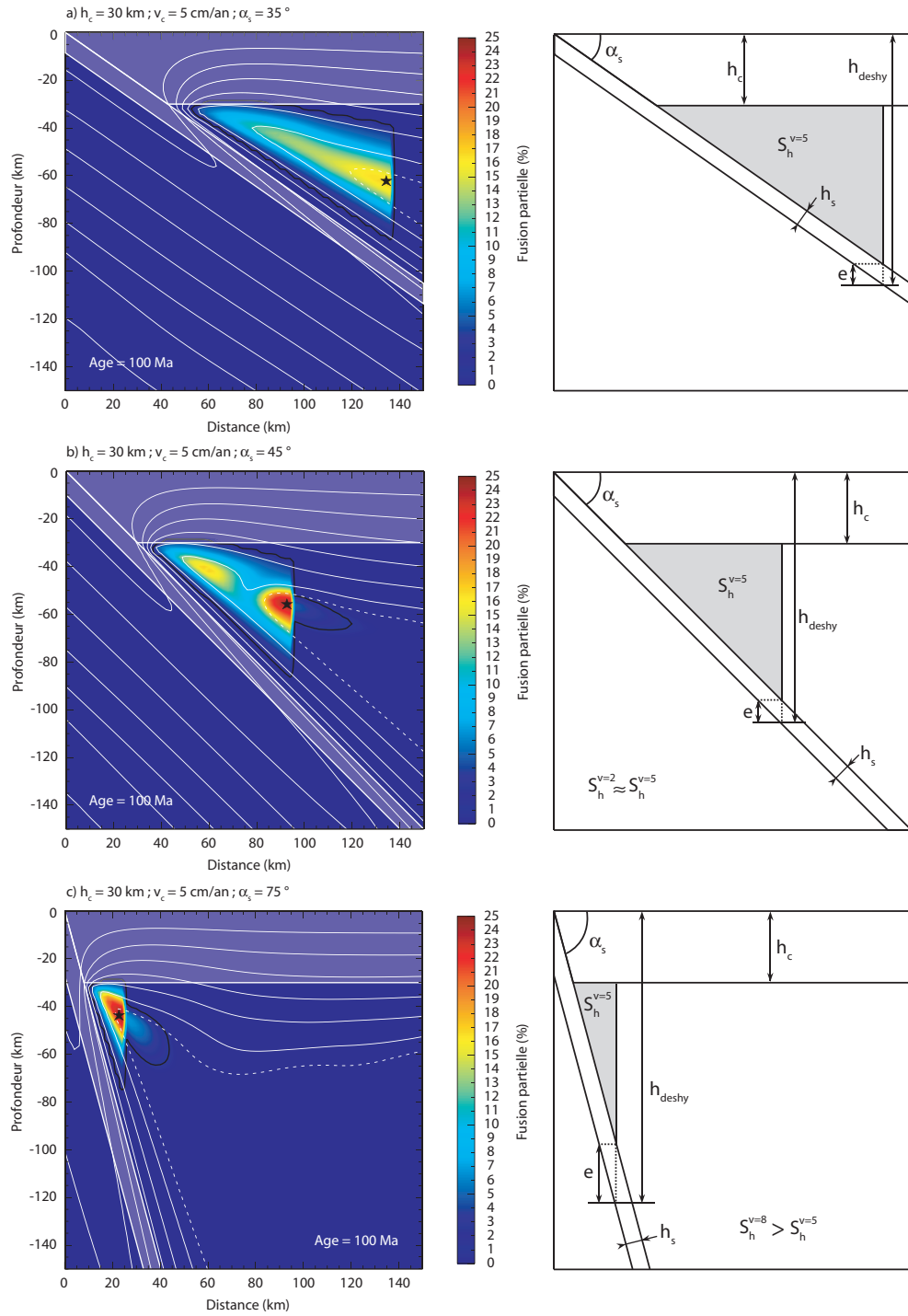


FIG. IV.13 – Répartition de la zone de fusion partielle pour différents pendage 100 Ma après le début de la subduction : a)  $35^\circ$ , b)  $45^\circ$  et c)  $75^\circ$ . L'épaisseur de la croûte chevauchante et le taux de convergence sont fixés respectivement à 30 km et 5 cm/an. Les isothermes sont représentés par des courbes tous les 200  $^\circ\text{C}$  plus un isotherme à 1300  $^\circ\text{C}$  par pointillés blancs. La position de la croûte chevauchante et de la croûte subduite sont représentés par des zones grisées. L'aire délimitée par la ligne noire marque un taux de fusion partielle supérieur à 1%. La position de l'étoile noire indique la position du maximum de fusion partielle.

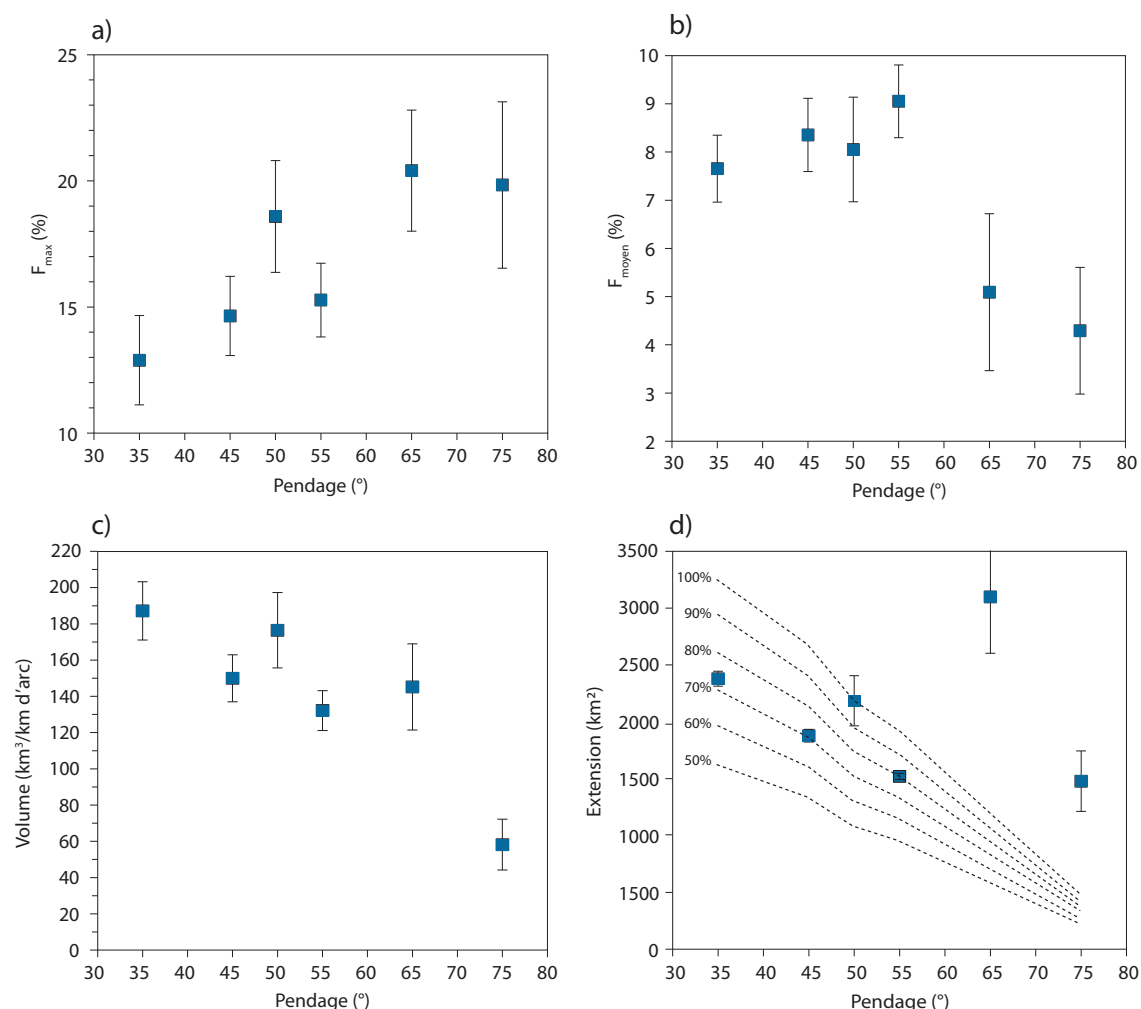


FIG. IV.14 – Variations du taux de fusion partielle maximal (a), du taux de fusion partielle moyen (b), du volume de magma produit (c) et de l'extension de la zone de fusion partielle (c) en fonction du pendage de la subduction  $\alpha_s$ . Les lignes pointillées représentent le pourcentage de la superficie de la zone hydratée.

aux autres modèles et représente parfois des surfaces supérieures à la fusion hydratée pour des pendages de 65° et 75° (Figure IV.14). La fusion hydratée est quant à elle parfaitement corrélée et représente 70 à 80% de la surface hydratée.

La figure (IV.15) présente la répartition de la fusion partielle pour un pendage de 75°, 51 Ma d'années après le début de la subduction. Dans ce cas là, une partie de la lithosphère thermique a été érodée sous l'action des cellules de convection situées en base de lithosphère. La fusion anhydre a lieu à une profondeur qui est toujours inférieure à 70 km (2,3 GPa). Dans le diagramme de phase de la lherzolite, cette limite correspond à une température de 1350 °C.

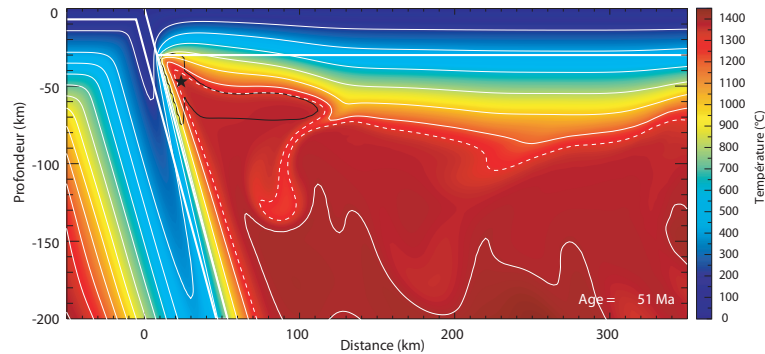


FIG. IV.15 – Structure thermique d’une zone de subduction pour  $h_c = 30$  km,  $v_c = 5$  cm/an et  $\alpha_s = 75^\circ$ . L’accentuation du pendage déclenche un phénomène d’érosion de la lithosphère chevauchante lié au passage répété des cellules de convections secondaires dans le coin du manteau. Les lignes blanches marquent la position des isothermes tous les  $200^\circ\text{C}$  et la ligne en pointillés celle à  $1350^\circ\text{C}$ . La ligne noire représente l’étendue de la zone de fusion partielle.

Au démarrage de la subduction, la structure du coin du manteau est très reserrée proche de l’extrémité du coin. Le passage répété des petites cellules de convection permet de faciliter la remontée de matériel chaud vers le coin du manteau.

Le taux de fusion moyen et le volume de magma sont recalculés uniquement pour la zone de fusion hydratée. Dans ce cas là, le taux de fusion moyen adopte une évolution similaire au taux de fusion maximum. Il varie de  $7,8 \pm \%$  à  $16,9 \pm \%$ . Les volumes de magmas prennent clairement une tendance décroissante plus le pendage de la subduction augmente (Figure IV.14).

## Synthèse

En conclusion, les trois paramètres ont des influences différentes sur la fusion partielle (Figure IV.16) :

1. Avec l’épaisseur de la croûte chevauchante : les taux de fusion partielle moyen et maximum sont constants quelles que soient les profondeurs du Moho, à environ  $18,5 \%$  pour le taux maximum et  $8 \%$  pour le taux moyen. Cependant, les taux de production magmatique diminuent de  $200 \text{ km}^3/\text{Ma}$  à  $90 \text{ km}^3/\text{Ma}$  pour une épaisseur de croûte croissante. Cette observation est la conséquence de la diminution de l’espace disponible pour la fusion.
2. Avec le taux de convergence : les taux de fusion partielle maximum et moyen sont croissants avec la vitesse des plaques. Ils présentent la gamme de variation la plus importante des trois paramètres, entre  $13$  et  $24 \%$  pour le taux maximum et entre  $5$  et  $10 \%$  pour le taux moyen. De la même manière, le taux de production magmatique



est très fortement corrélé avec le taux de convergence et peut produire jusqu'à 300 km<sup>3</sup>/Ma.

3. Avec le *pendage* : le taux maximum présente une tendance croissante avec le pendage, de 13 et 21 % alors que le taux moyen chute au delà d'un pendage de 60°. Le taux de production magmatique est quant à lui anti-corrélé avec le pendage.

Un résultat intéressant est la présence de deux types de fusion partielle dans le coin du manteau : l'une anhydre, l'autre hydratée. La modélisation de la teneur en eau du coin du manteau est arbitraire et ne permet pas de différencier les deux domaines de fusion partielle. Il serait intéressant d'introduire la migration des fluides hydratés, afin de préciser la localisation et la proportion des deux types de fusion dans le coin du manteau.

	$F_{\max}$ (%)	$F_{\text{moyen}}$ (%)	$V_{\text{tot}}$ (km <sup>3</sup> /Ma)
$h_c$ (km) 10 → 50	20	8	172 ↘ 90
R	-0,74	-0,39	-0,91
$v_c$ (cm/an) 2 → 9	13 ↗ 23	5 ↗ 10	70 ↗ 300
R	0,91	0,94	0,99
$\alpha_s$ (°) 30 → 75	18 ↗ 25	8 ↘ 4	180 ↘ 60
R	0,85	-0,76	-0,86

FIG. IV.16 – Tableau récapitulatif des résultats du modèle sans transferts d'eau. L'évolution des paramètres est croissante de gauche à droite. Le coefficient de corrélation linéaire  $R$  est calculé pour chacune des grandeurs mesurées :  $F_{\max}$ , le taux de fusion maximum ;  $F_{\text{moyen}}$ , le taux de fusion moyen et  $V_{\text{tot}}$  le taux de production magmatique total.

## Chapitre V

# Modélisation avec transferts d'eau et calcul de la fusion partielle

Dans ce chapitre, nous présentons la seconde application réalisée à l'aide de notre modèle. Elle reprend les bases du chapitre précédent en incluant la modélisation des transferts d'eau entre la croûte plongeante et le manteau, ainsi que le calcul de la fusion partielle.

L'objectif de ce travail est d'améliorer le modèle d'un point de vue technique, afin de le rendre plus réaliste et d'affiner les observations du chapitre précédent. Les transferts d'eau sont intégrés en introduisant la méthode des traceurs (Chapitre II section II.4 p.42). La fusion partielle est modélisée quant à elle d'après le paramétrage de Katz et al. (2003) (Chapitre II section II.5 p.45).

À chaque itération du calcul, le modèle thermomécanique est résolu conjointement à l'advection des traceurs. Cependant, nous émettons ici l'hypothèse que le magma produit est directement extrait de la zone de fusion vers la surface. En effet, les temps de trajet entre l'instant où est produit le magma et son arrivée à la surface sont inférieurs à 120 000 ans (Hawkesworth et al., 1997), voire même simplement de l'ordre de quelques milliers d'année (Turner et al., 2000, 2006). Cette approximation revient à négliger les phénomènes d'accumulation, d'interaction avec l'encaissant ou de recristallisation que nous n'avons pas intégré au modèle jusqu'à présent.

Nous faisons varier les trois paramètres que sont l'épaisseur de croûte chevauchante, le taux de convergence des plaques et le pendage. L'influence de chacun des paramètres sur la fusion partielle sera présentée après une description détaillée d'un modèle de référence.

## V.1 Présentation du modèle

### V.1.1 Géométrie et conditions aux limites

Le modèle utilisé pour cette application correspond à celui présenté dans le chapitre précédent. Nous en rappelons les grandes lignes et présentons les améliorations apportées.

Les équations classiques de la mécanique des fluides sont résolues sur un maillage en éléments finis.

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T \right) - \kappa \nabla^2 T + Q = 0 \quad (\text{V.1})$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (\text{V.2})$$

$$\mu \nabla \cdot [(\nabla \vec{u} + {}^T \nabla \vec{u})] - \nabla P = RaT \vec{e}_y \quad (\text{V.3})$$

Les dimensions du modèle sont limitées au manteau supérieur et volontairement éloignées de la zone du coin du manteau pour limiter les effets de bords liés aux conditions limites (Figure V.1). La boîte mesure 2200 km de long par 550 km de hauteur, divisée en trois domaines. Une première région correspond au trajet suivi par la croûte océanique jusqu'à

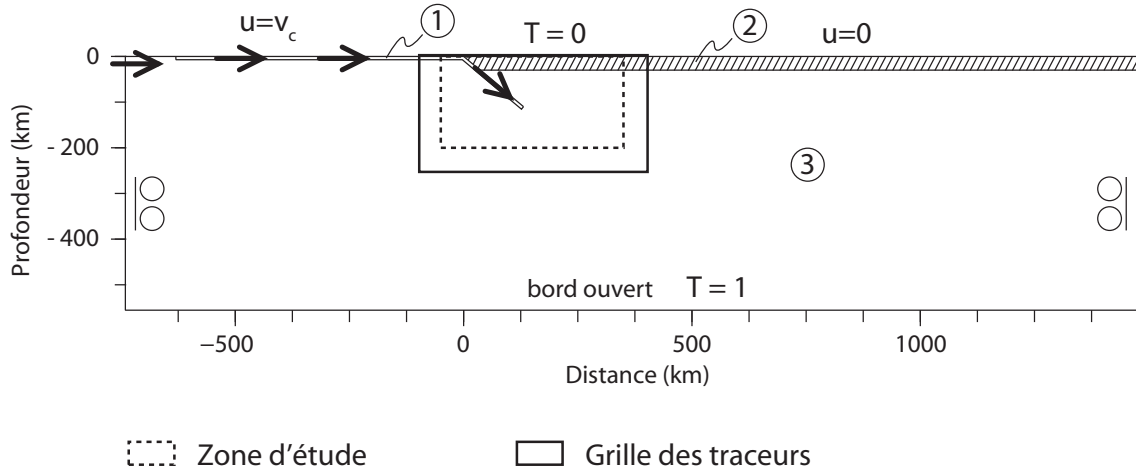


FIG. V.1 — Représentation schématique du modèle et des conditions aux limites. La vitesse est imposée dans la croûte de la plaque plongeante. La croûte chevauchante est supposée fixe. Les deux bords latéraux de la boîte sont des bords libres. Le bord inférieur est laissé ouvert pour permettre le recyclage de la plaque plongeante et éviter l'accumulation de matériel froid en base de boîte. Le refroidissement du modèle s'effectue par le sommet de la boîte. Le chauffage est assuré par un chauffage interne d'une part et un chauffage par le bas d'autre part. La zone d'étude représente la zone que nous voulons investiguer pour les transferts d'eau et la fusion partielle. Dans ce modèle, nous utilisons une méthode de traceurs pour modéliser les transferts d'eau. La grille de traceurs est localisée autour de la zone d'étude.

100 km de profondeur. La vitesse imposée est égale au taux de convergence des plaques. Le second domaine est celui de la croûte chevauchante. Elle possède des propriétés rigides et sert de butée pour la subduction. Le dernier domaine est celui du manteau.

Nous utilisons un modèle mixte entre un modèle à géométrie fixée et un modèle entièrement dynamique. Pour étudier l'influence des paramètres de la subduction sur la fusion partielle, nous imposons des conditions aux limites jusqu'à 100 km de profondeur, soit l'épaisseur de la lithosphère thermique.

Les deux bords latéraux sont fermés avec des conditions de bords libres qui favorisent le mouvement vertical. La lithosphère océanique est autorisée à pénétrer dans le modèle sur une épaisseur de 100 km. Ceci a pour fonction de conserver une épaisseur constante de lithosphère avant son entrée dans la subduction.

Le bord inférieur est quant à lui laissé ouvert pour permettre le passage du slab et éviter une accumulation de matériel froid en base de boîte. Le modèle thermique initial est obtenu à partir d'un modèle de convection stationnaire en présence d'un chauffage interne et d'un refroidissement par le haut. Pour éliminer le développement d'anomalies thermiques, nous imposons à la base de la boîte une température constante.

Le modèle rhéologique utilisé correspond à une loi de type non-newtonienne :

$$\mu_\nu = A_0[OH^-] \exp\left(\frac{E_a + V_a \rho g z}{n_\nu R T}\right) \dot{\epsilon}_{II}^{\frac{1}{n_\nu} - 1} \quad (\text{V.4})$$

L'effet de l'eau sur la viscosité est introduit en modifiant le paramètre pré-exponentiel (Chapitre II section II.3 p. 40) avec la relation (Arcay et al., 2005) :

$$A_0[OH^-] = A_0^{dry} \left( \left[ 1 - \frac{1}{f_\nu} \right] \exp\left( - \frac{[OH^-]}{[OH^-]_0} \right) + \frac{1}{f_\nu} \right) \quad (\text{V.5})$$

Le paramètre  $f_\nu$  caractérise le saut de viscosité maximum imposé dans le modèle en présence d'eau (Arcay et al., 2005). Nous le fixons pour tous les modèles à 50. Pour être insérer dans l'équation (V.3), la viscosité effective est adimensionnée par la viscosité de référence du manteau de  $\mu_0 = 10^{21}$  Pa.s.

La résolution du maillage en éléments finis varie au sein de la boîte. Les éléments triangulaires passent progressivement d'une hauteur de 0,5 km au niveau de l'extrémité du coin du manteau à environ 30 km dans les régions les plus éloignées. Le maillage se compose donc en moyenne de 13 200 triangles pour 6 400 noeuds.

### V.1.2 Insertion de la méthode des traceurs

Les transferts d'eau sont gérés par une méthode de traceurs (Chapitre II section II.4 p.42). Nous définissons une grille de cellules régulières de 2 km de côté contenant 7 traceurs répartis aléatoirement dans la cellule.

Les traceurs sont advectés dans la grille, en respectant l'équation de transport (V.6), en fonction du champ de vitesse défini par le modèle thermomécanique, à l'aide d'une méthode de Runge-Kutta à l'ordre 4.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla C = 0 \quad (\text{V.6})$$

La composition des traceurs est définie en fonction de leur position initiale dans le modèle. Ainsi, les traceurs appartenant au domaine de la croûte chevauchante et de la croûte océanique prennent une composition de MORB, tandis que tous les autres traceurs ont une composition de lherzolite. Initialement, les traceurs de la croûte océanique sont saturés en eau en respectant les proportions données dans le diagramme de phase de MORB (Hacker et al., 2003). Au cours de leur advection, les conditions de pression et de température pour chaque traceur sont modifiées. Lorsqu'un traceur se situe dans un domaine d'instabilité, l'eau en excès est libérée, transmise à la cellule supérieure et répartie de manière homogène parmi tous les traceurs présents. Si ceux-ci sont déjà saturés en eau, alors elle continue sa migration vers la surface jusqu'à ce qu'elle soit captée ou extraite du modèle.

Si nous appliquons cette méthode à l'ensemble de notre modèle, la grille serait composée de 302 500 cellules et 2 117 500 traceurs. Le temps calcul pour réaliser l'advection des traceurs et les transferts d'eau représenterait environ 1 min par itération (estimation réalisée avec un processeur Intel T7500 2,2 GHz). L'ensemble du calcul pour aboutir à 100 Ma nécessite en moyenne 32 000 itérations. Par conséquent, cette partie du calcul représenterait environ 22 jours.

Afin de réduire le temps de calcul, nous limitons la taille de la grille à une zone légèrement plus grande que notre zone d'étude (Figure V.1). Elle s'étend de -100 à 450 km en distance latérale et de 0 à 250 km de profondeur. Nous définissons ainsi une zone de 50 km de largeur autour de la zone d'étude. La grille est composée de 31250 cellules et de 218 750 traceurs. Le temps de calcul est alors ramené à 6 secondes par itération ce qui représente un temps de calcul total de 2,2 jours. Pour comparaison, le temps total de calcul pour le modèle de référence jusqu'à 100 Ma est de 4,4 jours.

Dans ce cas de figure, après seulement quelques millions d'années, tous les traceurs sont advectés en dehors de la boîte (Figure V.2). Pour contrecarrer la disparition des

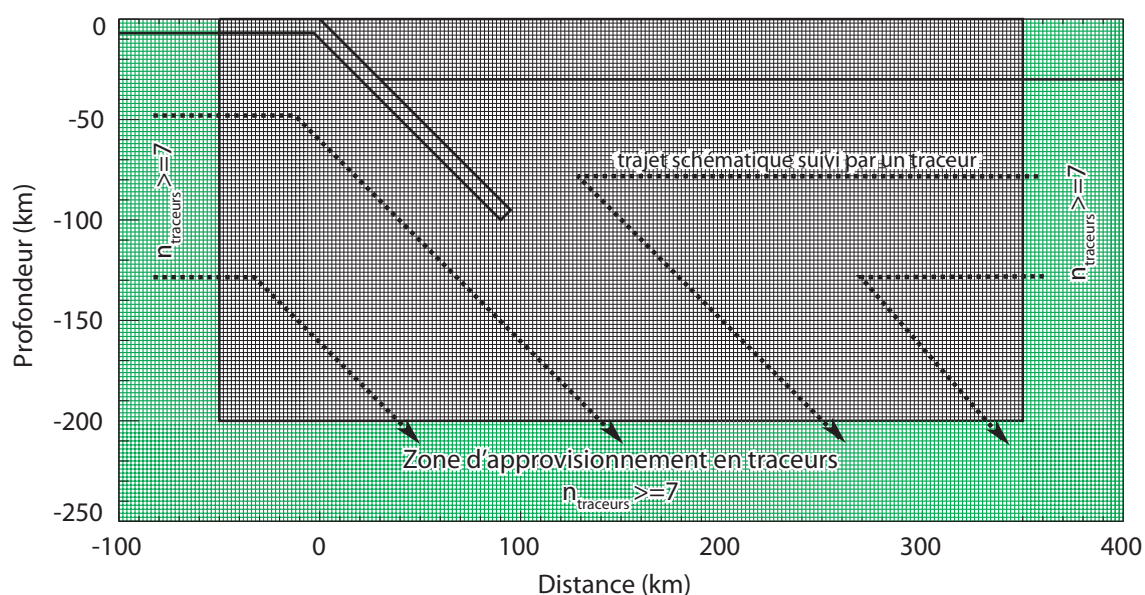


FIG. V.2 – Grille de cellules modélisant les transferts d'eau grâce à la méthode des traceurs. Les limites des domaines du maillage en éléments finis sont représentées en surimposition. Chaque cellule mesure 2 km par 2 km. Elle est remplie par des traceurs répartis aléatoirement, ce qui compose une grille de 31 250 cellules pour 218 750 traceurs. Une zone de 50 km de largeur est définie comme une zone d'approvisionnement (cellules vertes). Tous les 500 000 ans, le nombre de traceurs dans chacune des cellules de la zone d'approvisionnement est testé. Si ce nombre est inférieur à 7, alors les cellules sont réapprovisionnées jusqu'à cette valeur. Les flèches en pointillées présentent le trajet schématique suivi par une particule dans le modèle. Nous pouvons ainsi identifier des zones d'extraction et d'accumulation de traceurs.

traceurs, nous définissons une zone d'"alimentation" correspondant à la bande de 50 km de large. Tous les 500 000 ans, nous évaluons la quantité de traceurs dans chacune des cellules de cette zone. Si leur nombre est inférieur à 7 (i.e, la quantité initiale), nous rajoutons alors la différence de traceurs. Leur composition est déterminée à partir de leur situation géographique et seuls les traceurs de la croûte océanique sont saturés en eau. Nous garantissons ainsi un approvisionnement constant en eau dans la subduction (Figure V.2).

Dans la figure (V.3) nous présentons la répartition moyenne des traceurs dans la grille pour le modèle de référence. Après 100 Ma, la répartition moyenne des traceurs par cellule est centrée autour de 7,7 (Figure V.3 b), avec un pic majoritaire à 7 traceurs par cellule. Ce pic est lié à la présence des traceurs dans la croûte chevauchante. Le champ de vitesse est nul dans ce domaine, les traceurs ne sont donc pas advectés. Si nous ne prenons en compte que les traceurs dans le coin du manteau (zone rouge dans la figure V.3 a), l'intensité de ce pic est fortement diminuée.

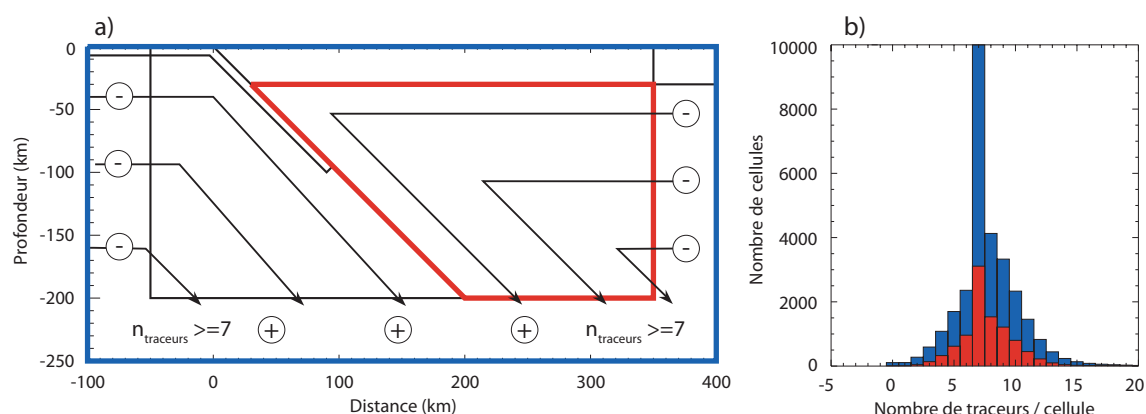


FIG. V.3 – Estimation du nombre de traceurs par cellule. a) Grille de traceurs. Légende en bleu pour la totalité de la grille, en rouge pour le domaine du coin du manteau dans la zone d’étude. b) Répartition moyenne du nombre de traceurs par cellule après 100 Ma.

Le nombre moyen de traceurs par cellule est systématiquement supérieur aux quantités initiales (Table V.1). La variation de ce nombre au cours du temps (Figure V.4 a) indique que l’on atteint le seuil de 7,7 traceurs par cellule après seulement 7 Ma. Ce phénomène est la conséquence de la condition que nous avons imposé dans l’alimentation en traceurs. Les traceurs suivent en effet le flux du manteau en entrant par les côtés du modèle et sont évacués par le bord inférieur (Figure V.2). Si le nombre de traceurs dans la zone d’alimentation est inférieur à 7, alors nous réapprovisionnons les cellules déficitaires. Nous n’imposons pas de limite supérieure, c’est à dire que si une cellule comporte plus de 7 traceurs, nous n’intervenons pas. Cette méthode a donc pour conséquence d’augmenter le nombre moyen de traceurs par cellule dans les premiers millions d’années. Cependant, cette valeur se stabilise très rapidement. Elle est alors en accord avec l’hypothèse de conservation de la masse.

Une des sources d’erreur dans ce type de modèle est la présence de cellules avec peu de traceurs, voire même de cellules vides. Le nombre de cellules vides dans la grille varie beaucoup au cours du temps (Figure V.4 a). Ceci est dû à l’advection des traceurs depuis les bords vers la zone d’étude (Figure V.4 b). Si nous ne considérons que la zone du coin du manteau, les cellules vides disparaissent presque complètement. En fonction des simulations, le pourcentage maximum de cellules vides est presque toujours inférieur à 5% dans l’intégralité de la grille (à l’exception des simulations V10, A60, A75, et A80) et toujours inférieur à 5% dans la zone du coin du manteau (Table V.1). Nous pouvons donc estimer que la présence de cellules vides ne génère pas d’erreurs trop importantes dans notre modèle.

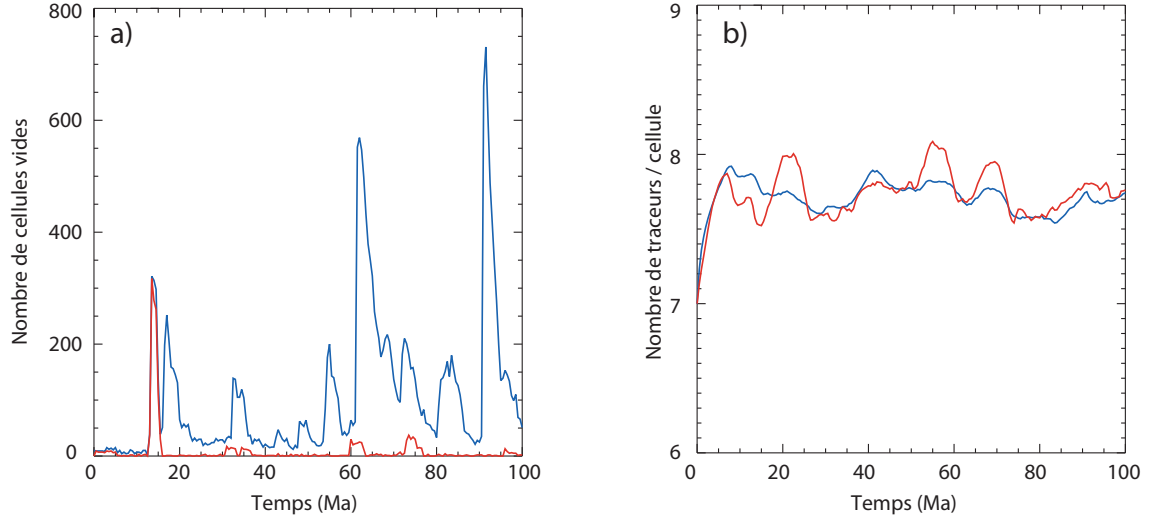


FIG. V.4 – Évolution du nombre de cellules vides dans le modèle de référence (a) et du nombre moyen de traceurs par cellule (b). La courbe en bleu représente une mesure réalisée sur l'ensemble de la grille de traceurs et la courbe rouge uniquement dans la région du coin du manteau (voir Figure V.3).

### V.1.3 Calcul de la fusion partielle

Le calcul de la fusion partielle est déduit du modèle de Katz et al 2003 (voir Chapitre II section II.5 p. 45) et sous-entend une réaction en équilibre avec la roche encaissante. La valeur de la fraction fondue,  $F$ , est une fonction de la température, de la pression et de la teneur en eau dans la cellule. La paramétrisation de Katz et al. (2003) prend en considération en début de fusion le caractère fertile de la péridotite source. En effet, le taux de fusion partielle est calculé sur la base du solidus d'une lherzolite jusqu'à épuisement de la phase clinopyroxène. Si les conditions de  $P$ ,  $T$  et éventuellement  $X_{H_2O}^{bulk}$  le permettent, le taux de fusion partielle est calculé sur la base d'un solidus de type harzburgite. Cette paramétrisation tient compte de l'appauvrissement du résidu au cours du processus de fusion. De même, nous prenons en compte le fractionnement de l'eau entre le liquide silicaté et le résidu de fusion lors de la cartographie des teneurs en eau du coin mantellique. L'eau se comporte comme un élément incompatible lors du processus de fusion et elle sera donc en grande partie évacuée du système avec le liquide magmatique migrant directement vers la surface. Par conséquent, les traceurs du coin de manteau ayant subi la fusion partielle seront donc appauvris en eau selon la relation :

$$X_{H_2O}^{residu} = D_{H_2O} * X_{H_2O}^{liquide} \quad (V.7)$$

où  $X_{H_2O}^{residu}$  est la fraction massique d'eau dans le résidu solide et  $X_{H_2O}^{liquide}$  celle dans la phase liquide.



TAB. V.1 – Tableau récapitulatif du nombre moyen de traceurs par cellule,  $n_{traceurs}$ , et du pourcentage de cellules vides maximal,  $\tau_{vide}$  dans la totalité de la boîte (<sup>total</sup>) et dans le coin du manteau (<sup>coin</sup>) comme défini dans la figure V.3, pour tous les modèles réalisés. Les chiffres en gras indiquent les simulations dont le pourcentage de cellules vides est supérieur à 5%.

Simulations	$h_c$ (km)	$v_c$ (cm/an)	$\alpha_s$ (°)	$n_{traceurs}^{total}$	$n_{traceurs}^{coin}$	$\tau_{vides}^{total}$ (%)	$\tau_{vides}^{coin}$ (%)
H30V5A45	30	5	45	7,78	7,80	1,17	1,53
H10	10	5	45	7,71	7,73	2,34	1,47
H15	15	5	45	7,83	7,81	1,96	2,67
H20	20	5	45	7,88	7,84	0,22	0,20
H25	25	5	45	7,73	7,69	4,11	4,49
H40	40	5	45	7,71	7,69	2,67	2,79
H45	45	5	45	7,83	7,90	1,91	1,95
H50	50	5	45	7,88	8,12	0,96	1,28
H55	55	5	45	7,73	7,82	1,28	1,53
V2	30	2	45	8,03	7,79	0,49	0,66
V3	30	3	45	8,05	8,27	0,35	0,47
V4	30	4	45	7,77	7,56	1,77	2,48
V6	30	6	45	7,61	7,45	1,32	1,51
V7	30	7	45	7,49	7,49	3,07	0,63
V8	30	8	45	7,42	7,29	3,93	1,96
V9	30	9	45	7,32	7,29	4,56	1,23
V10	30	10	45	7,30	7,17	<b>5,87</b>	1,80
A35	30	5	35	7,97	8,07	3,03	4,58
A40	30	5	40	7,79	7,82	1,15	1,64
A50	30	5	50	7,79	7,80	1,85	1,87
A55	30	5	55	7,82	7,89	1,28	0,71
A60	30	5	60	7,64	7,75	<b>5,67</b>	1,89
A70	30	5	70	7,59	7,79	4,20	0,13
A75	30	5	75	7,56	8,00	<b>7,37</b>	0,09
A80	30	5	80	7,55	8,02	<b>9,35</b>	0,05

La production et la migration des magmas depuis la zone source jusqu'au volcanisme en surface est un phénomène assez complexe. Nous simplifions cette partie du problème en réalisant un certain nombre d'hypothèses.

Tout d'abord, nous ne prenons pas en compte le phénomène d'accumulation du magma avant sa migration. En effet, afin que le fluide silicaté puisse migrer, il faut que le réseau

intergranulaire soit connecté. Ceci correspond à un taux de fusion partielle minimal de l'ordre de 2 à 5 % massique (Gaetani et Grove, 2003). Dans notre cas, nous avons des taux de fusion instantanés qui varient de 0,01 % (valeur minimale calculée) à environ 12 % dans les cas les plus extrêmes. Nous faisons donc l'approximation que le magma produit migre instantanément quelque soit son taux de fusion partielle.

De plus, nous considérons l'hypothèse où le magma est automatiquement extrait verticalement à la surface sans interaction avec l'encaissant. Les délais entre l'initiation de la fusion partielle et l'éruption volcanique sont estimés à partir des déséquilibres des éléments radioactifs. Ils varient de quelques milliers d'années (Turner et al., 2000) à plus de 120 000 ans (Hawkesworth et al., 1997). Notre pas de temps entre deux itérations est en moyenne de 3 500 ans, ce qui équivaut approximativement au délai minimum de remontée du magma.

Enfin, si l'appauvrissement du résidu de fusion est pris en compte lors du calcul instantané du taux de fusion partielle (Katz et al., 2003), nous ne tenons pas compte d'un épisode précédent de fusion partielle qui aurait appauvri le matériel source (dans le domaine arrière-arc par exemple) et considérons dans tous les cas en début de fusion, une source de type lherzolite.

## V.2 Description du modèle de référence

Avant d'étudier l'influence des paramètres de la subduction sur la fusion partielle, nous présentons en détail un modèle de référence pour une épaisseur de croûte chevauchante de 30 km, un taux de convergence de 5 cm/an et un pendage de 45 °.

### V.2.1 Déshydratation et teneur en eau

#### Déshydratation de la croûte plongeante

Au démarrage de la subduction (à  $t = 0$  Ma), les traceurs de la croûte océanique sont saturés en eau, en suivant les teneurs en eau indiquées par le diagramme de phase. Lors de l'enfouissement de la plaque plongeante, une première réaction de déshydratation se produit très rapidement. Au dessous de 10 km (0,25 GPa), une grande quantité d'eau est libérée par la croûte océanique dans la croûte chevauchante (Figure V.5).

Les traceurs traversent la transition de phase entre le faciès *Zéolite* (Z) et le faciès de *Schistes bleus à lawsonite* (SBl) (Figure V.6). La teneur en eau moyenne de la plaque subduite passe donc de 7,3 wt% à 5,2wt%. L'eau libérée est immédiatement absorbée par la plaque chevauchante et l'excédent est extrait par la surface.

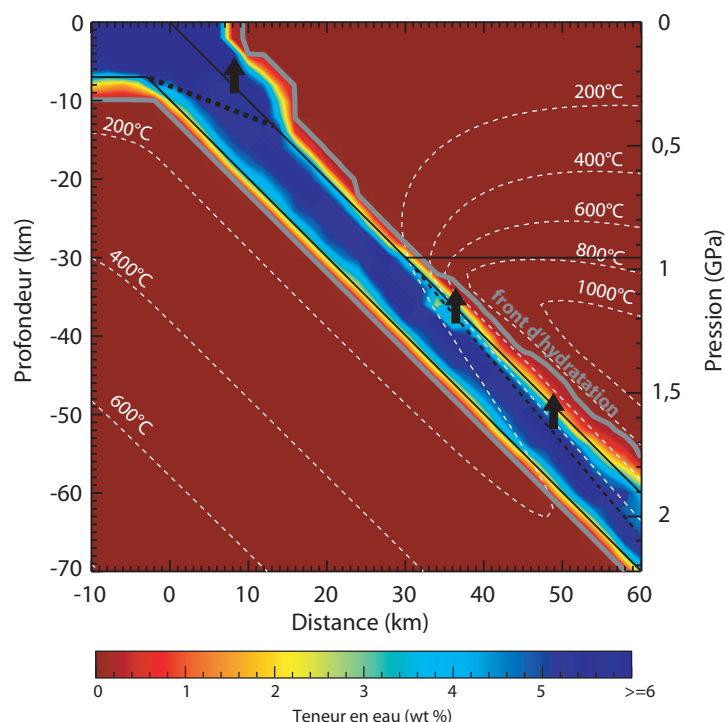


FIG. V.5 – Teneur en eau 10 Ma d’années après le début de la subduction. Les limites en pointillés indiquent la position des transitions de phase. Entre 7 et 15 km de profondeur, la croûte libère une partie de son eau qui est absorbée par la plaque chevauchante. A partir de 34 km de profondeur, la plaque commence à se déshydrater et à hydrater le coin du manteau (flèches noires). Le front d’hydratation (ligne grise) s’épaissit au fur et à mesure que la plaque descend.

Entre 0,25 GPa et 1,1 GPa, la croûte subduite franchit la transition entre le *Schiste bleu à lawsonite* (SBl) et le *Schiste bleu à lawsonite et jadéite* (SBlj). Cette transition fait passer la capacité maximale d’eau que peut accepter un traceur de 5,2 à 5,4 wt%. Il n’y a donc pas de déshydratation et les traceurs se situent donc dans un état sous-saturé en eau (Figure V.6).

Lorsque la croûte atteint 34 km de profondeur (1,1 GPa), la surface de la plaque plongeante franchit une nouvelle transition entre le faciès de *Schiste bleu à lawsonite* (SBl) et le faciès de *Schiste bleu à épidote* (SBe). Les traceurs libèrent 2,1 wt% d’eau, qui en migrant verticalement, vont hydrater le manteau sus-jacent, juste au dessous de la croûte chevauchante (Figure V.5). Cette réaction de déshydratation n’affecte que la partie la plus superficielle de la croûte (Figure V.6).

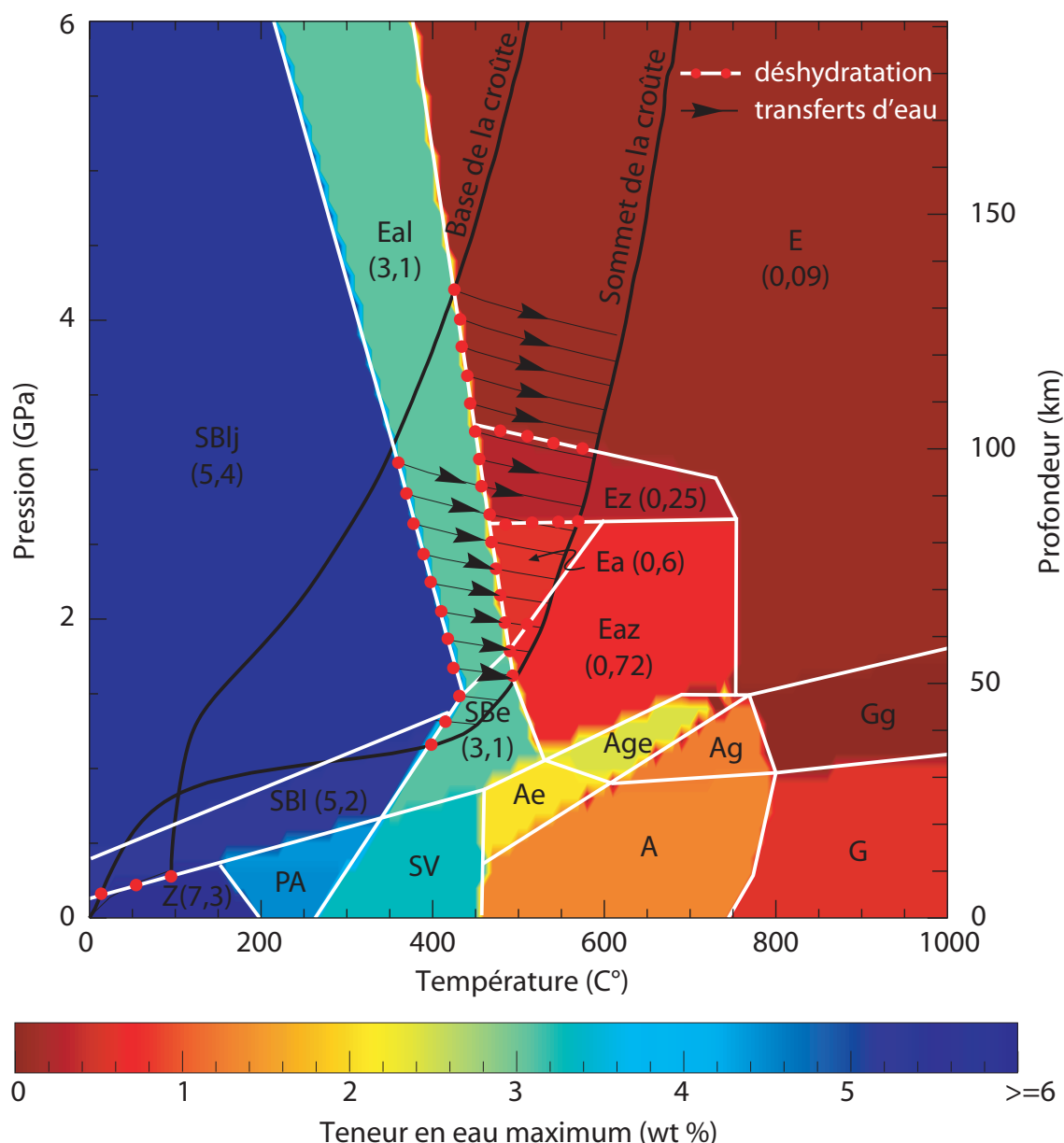


FIG. V.6 – Diagramme de phase et teneur en eau maximale d'un MORB d'après Hacker et al. (2003). L'échelle de couleur est bornée à 6 wt% d'eau pour correspondre à l'échelle de la figure (V.5). Le profil pression-température de la base et du sommet de la croûte sont représentés pour un modèle âgé de 10 Ma. Les lignes blanches indiquent les transitions de phase entre les différents faciès minéralogiques. La teneur en eau des faciès croisés par la croûte océanique est indiquée entre parenthèses. Les points rouges soulignent les libérations d'eau par les traceurs. Les flèches noires modélisent la migration de l'eau depuis la profondeur de déshydratation dans la croûte jusqu'à la surface du slab. Elle est ensuite extraite de la croûte et transmise au manteau sus-jacent. La croûte océanique se déshydrate progressivement entre 1,5 et 4 GPa. Z : Zéolite ; PA : Prhenite-Actinolite ; SBl : Schiste bleu à lawsonite ; SBlj : Schiste bleu à lawsonite et jadéite ; SBe : Schiste bleu à épidote ; Eal : Eclogite à lawsonite et amphibole ; Eaz : Eclogite à amphibole et zoïsite ; Ea : Eclogite à amphibole ; E : Eclogite ; Ez : Eclogite à zoïsite ; G : Granulite ; SV : Schiste vert ; A : Amphibolite ; Ae : Amphibolite à épidote ; Aeg : Amphibolite à épidote et grenat ; Ag : amphibolite à grenat ; Gg : granulite à grenat.

À partir de cette profondeur, la croûte océanique se déshydrate progressivement jusqu'à 130 km de profondeur (4,2 GPa). Plusieurs transitions de phase vont alors entrer en jeu simultanément.

La première marque le passage entre le faciès SBlj et le faciès d'*Éclogite à amphibole et lawsonite* (Eal) qui libère 2,1 wt%, entre 1,5 et 3 GPa (entre 46 et 92 km ; Figure V.6). Dans un second temps, les traceurs vont franchir la limite entre le faciès Eal et le faciès d'*Éclogite à amphibole* (Ea) et injecter 2,5 wt% d'eau supplémentaire dans le manteau entre 1,6 et 2,6 GPa (entre 50 et 80 km de profondeur).

Entre 2,6 et 3,2 GPa, 2,85 wt% d'eau sont relâchés par la transition entre Eal et le domaine de l'*Éclogite à zoisite* (Ez). La réaction de déshydratation la plus profonde termine de transformer le faciès Eal en *Éclogite* (E), déshydratant complètement la croûte en ne laissant que 0,09 wt % d'eau.

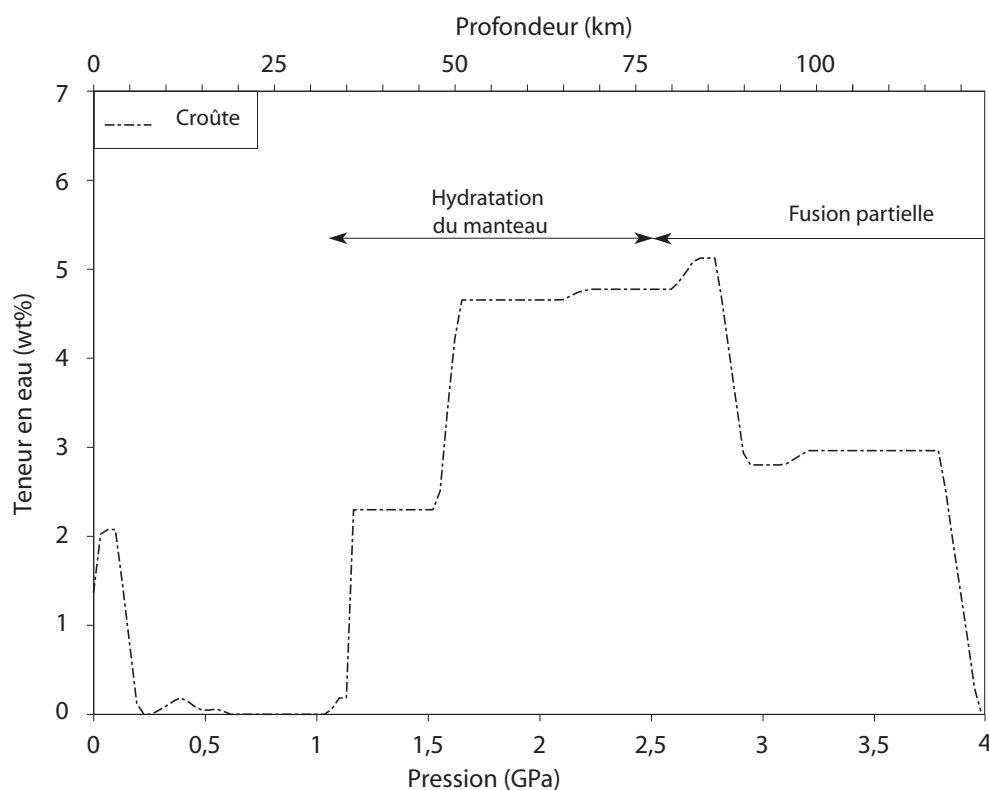


FIG. V.7 — Teneur en eau relâchée par la plaque subduite au niveau de l'interface croûte-manteau. Au dessous de 2,5 GPa, l'eau est captée par les minéraux du manteau. Au delà de 2,5 GPa, la croûte libère un taux maximum de 7,5 wt% d'eau et déclenche la fusion partielle.

Il faut également noter la présence de deux petites transitions de phase à profondeur constante : le passage du faciès Ea à Ez pour une profondeur de 3,2 GPa et entre Ez et E à 3,1-3,2 GPa. Ces deux dernières réactions libèrent de plus petites quantités d'eau, respectivement 0,35 et 0,16 wt% d'eau.

Le bilan des teneurs en eau libérées par la croûte et injectées dans le manteau est présenté dans la figure (V.7). Elles sont représentées le long de l'interface croûte subduite - manteau. L'eau migre verticalement, cette représentation permet donc d'identifier la "colonne" dans laquelle le débit d'eau est le plus important. Ainsi, la majorité de l'eau est extraite de la croûte entre 1,6 et 2,8 GPa, avec un taux moyen de  $4,7 \text{ wt}\% \pm 0,3 \text{ wt}\%$  d'eau et un taux maximum de 5,1 wt% à 2,8 GPa.

### Hydratation et déshydratation du manteau

De manière générale, les faciès de lherzolite peuvent transporter de plus grandes quantités d'eau que les faciès de MORB et les emmener à plus grande profondeur (Figure V.6 et V.8). A l'interface croûte-manteau, les conditions de pression et de température sont suffisantes pour accepter la formation d'une très fine couche de serpentinite (Figure V.8). Cette petite couche est capable de retenir jusqu'à 10,5 wt% d'eau (Figure V.8). L'eau libérée par la croûte métasomatise le manteau sus-jacent et forme une couche de lherzolite hydratée à la surface de la plaque plongeante. Cette épaisseur de manteau métasomatisé n'est pas visible sur la figure (V.9). En effet, chaque cellule prend la teneur en eau moyenne de tous les traceurs. Ce qui explique que les faciès métamorphiques ne sont pas particulièrement bien individualisés sur la figure (V.9).

Très rapidement, le manteau est entraîné en profondeur avec la descente du panneau plongeant. Comme le montre le diagramme de phase de la Lherzolite (Figure V.8), la serpentinite est, dans ce cas, destabilisée en Wherlite à serpentine et trémolite (Wsc) entre 1 et 1,5 GPa. Cette réaction libère 2,9 wt% d'eau et contribue à l'augmentation de l'épaisseur de manteau hydraté au dessus du slab (Figures V.8 et V.9).

De la même manière que dans la croûte océanique, plusieurs réactions de déshydratation vont avoir lieu dans le manteau hydraté. Ainsi, entre 1,1 et 2,4 GPa, les traceurs passent du faciès Wsc au faciès de Dunite à trémolite, serpentine et chlorite (Dtsc), libérant 2,8 wt% d'eau (Figure V.8). Le faciès Dtsc commence à se destabiliser à partir de 1,5 GPa jusqu'à 2,4 GPa en Lherzolite à chlorite (Lc) mais contribue peu à l'augmentation de l'épaisseur de manteau hydraté (0,3 wt% d'eau libérée). Au delà de 2,4 GPa, le faciès Wsc passe directement au faciès Lc, ce qui permet d'ajouter 3,1 wt% dans le manteau (Figure V.8).

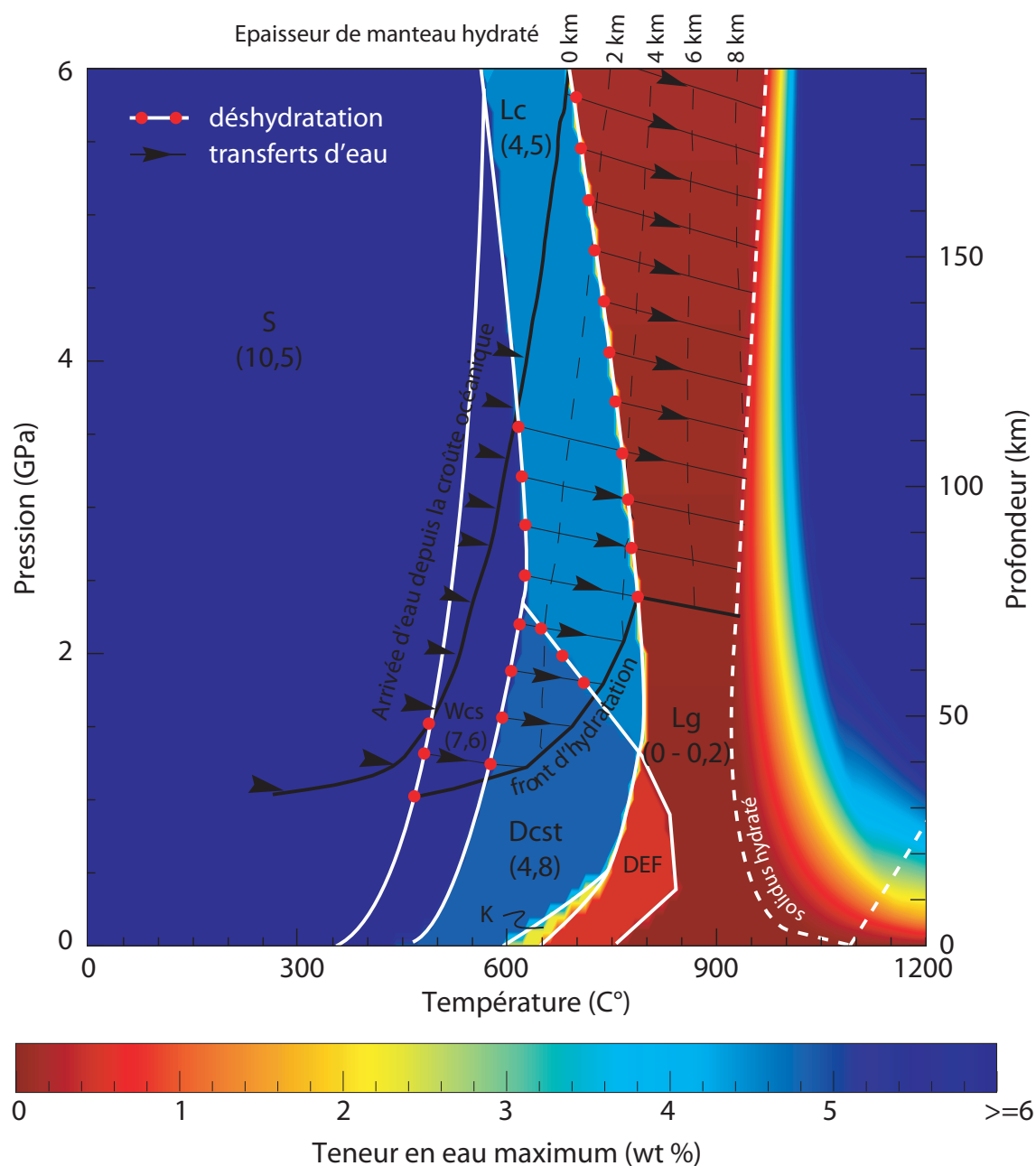


FIG. V.8 – Diagramme de phase et teneur en eau maximale d'une lherzolite d'après Hacker et al. (2003). Sont représentés les profils de pression et température à l'interface slab/manteau et le long du front d'hydratation pour un modèle de référence âgé de 10 Ma. Les flèches noires indiquent les transferts d'eau depuis la croûte océanique sous-jacente et les zones de déshydratation du manteau (points rouges). La migration s'opère verticalement et atteint une zone propice à la fusion partielle à partir de 2,4 GPa. S : Serpentinite ; Wcs : Wherlite à serpentine et chlorite ; Dcst : Dunite à trémolite, serpentine et chlorite ; Lc : Lherzolite à chlorite ; Lg : Lherzolite à grenat ;

Entre 2,5 et 6 GPa, les traceurs passent du faciès de Lherzolite à chlorite au faciès de Lherzolite à grenat (Lg). Ce dernier accepte un taux variable d'eau sous forme dissoute allant de 0,1 à 0,3 wt% d'eau entre 2,5 et 6 GPa. La capacité à stocker l'eau dissoute des minéraux tels que l'olivine et les pyroxènes augmente avec la pression. Ainsi, une quantité de 4,4 wt% d'eau est relâchée à 2,5 GPa et décroît lentement avec la profondeur pour atteindre 4,2 wt% d'eau à 6 GPa. Ces quantités d'eau saturant très rapidement toute l'épaisseur du faciès Lg pour croiser le solidus de la lherzolite saturée en eau (Figure V.8). La fusion partielle se déclenche dans ce cas à 2,4 GPa. La fraction fondue peut accepter de grandes quantités d'eau et l'eau en excès est utilisée lors du processus de fusion partielle, évacuée avec le liquide magmatique et donc extraite du système (mis à part la faible fraction résiduelle dans le solide). L'eau ne migre donc pas au-delà d'une couche d'épaisseur de 8.5 km au dessus de la plaque plongeante.

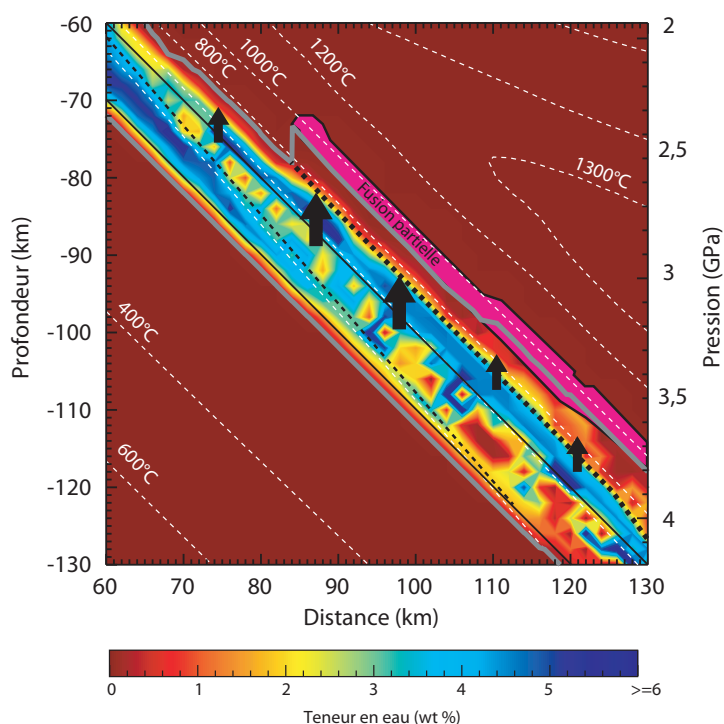


FIG. V.9 – Teneur en eau dans le modèle de référence, 10 Ma après le début de la subduction. Dans le domaine de la croûte océanique, la limite en pointillés indique la position de la transition de phase entre les faciès Eal et Ez-Ea-E dans la figure (V.6). Dans le domaine du manteau, la limite en pointillés indique la position de la transition de phase entre les faciès Lc et Lg dans la figure (V.8). L'intensité de débit d'eau est représenté par les flèches noires. À environ 87 km de la fosse, le débit d'eau devient maximal et permet le déclenchement de la fusion partielle à environ 75 km de profondeur.



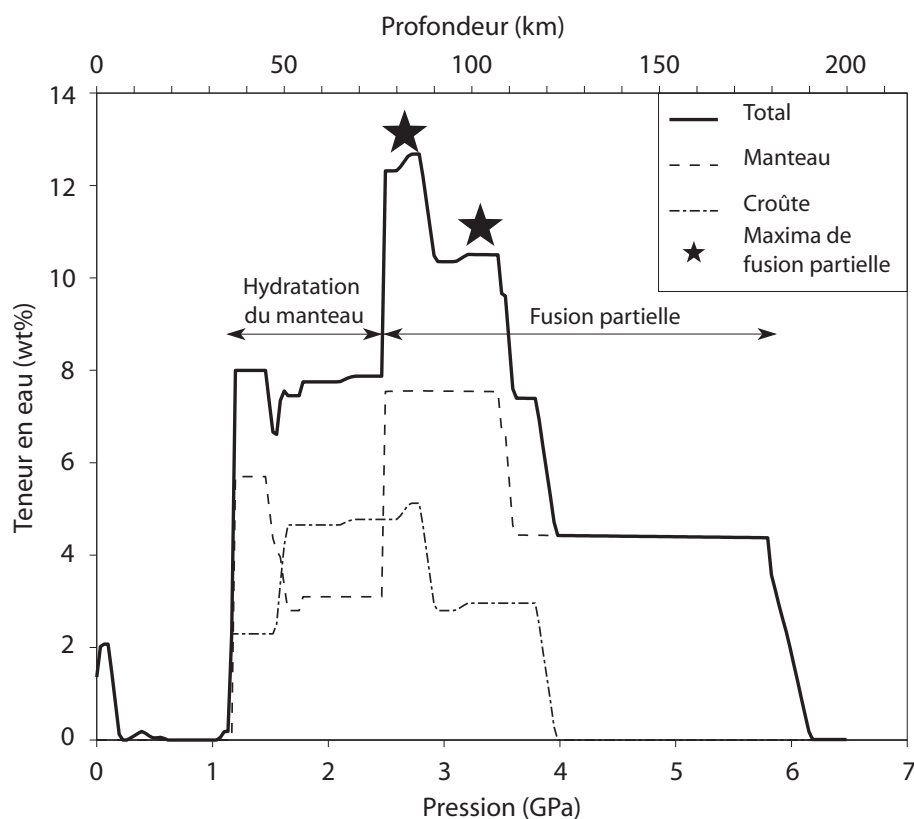


FIG. V.10 – Teneur en eau perdue par la croûte (tirets serrés) et le manteau (tirets) en fonction de la distance à la fosse dans le modèle de référence. Entre 34 et 75 km, l'eau est évacuée avec un rythme régulier de  $7,5 \pm 0,5$  wt%. Elle est stockée dans le manteau à la surface du slab. Au delà de 75 km, le manteau et la croûte rejettent conjointement une grande quantité d'eau (12,3 wt%) et initient la fusion partielle qui se prolonge jusqu'à la déshydratation complète du manteau à 6 GPa.

Le bilan de l'eau perdue par déshydratation du manteau est représenté dans la figure V.10. Entre 1,1 et 2,5 GPa, l'eau, libérée à la fois par la croûte océanique et les changements de phases du manteau, permet d'accroître l'épaisseur de lherzolite hydratée à la surface du slab. Au delà de 2,5 GPa, le manteau libère une quantité d'eau totale de 7,6 wt% d'eau qui permet de saturer la lherzolite à grenat et de contribuer à la fusion partielle.

La combinaison de l'eau relâchée par la croûte et le manteau permet d'identifier un domaine, entre 2,5 et 2,8 GPa, d'extraction maximum de 12,7 wt% d'eau. La teneur en eau décroît ensuite graduellement par paliers successifs. Ces observations sont à mettre en parallèle avec les observations sur la localisation de la fusion partielle.

### V.2.2 Évolution de la production magmatique

Comme nous l'avons vu dans la sous-section précédente, la zone de fusion partielle se répartit le long d'un plan parallèle au toit de la plaque subduite. La production magmatique débute très tôt dans le modèle (après 5 Ma ; Figure V.11). Le volume total de magma produit augmente très rapidement jusqu'à un taux moyen de  $7,7 \text{ km}^3/\text{Ma}$  à partir 8Ma. Le magma est exclusivement extrait de la zone de fusion partielle en présence d'eau. Nous parlons donc de fusion hydratée.

À partir de 28 Ma (Figure V.11), le volume de fusion partielle augmente significativement jusqu'à un taux de  $1000 \pm 500 \text{ km}^3/\text{Ma}$ . Cette augmentation brusque du volume de magma est la conséquence du développement d'une nouvelle zone de fusion partielle dans le reste du coin du manteau (Figure V.12 a). Elle se développe lorsque l'isotherme à  $1300^\circ\text{C}$  atteint une profondeur supérieure à 80 km. Cette zone se situe "au dessus" de la zone de fusion partielle hydratée.

Dans notre modèle, nous avons vu que la totalité de l'eau issue de la plaque subduite migre verticalement et est absorbée par la zone de fusion partielle. Cette nouvelle zone de production de magma se produit en l'absence d'eau et nous parlons de fusion anhydre.

Le taux de fusion partielle présente des oscillations très importantes pouvant atteindre plusieurs milliers de  $\text{km}^3$  par million d'années. Ce phénomène est la conséquence du développement de cellules de convection à la base de la lithosphère. Ces petites cellules sont entraînées par le flux vers la zone du coin du manteau. Elles sont formées de petits panaches froids qui descendent depuis la lithosphère et viennent refroidir le manteau. Il existe des variations de température entre l'avant et l'arrière du panache. Ainsi, l'arrivée d'un panache pousse du matériel froid dans le coin du manteau, accompagné d'une brusque remontée de la température en arrière (Figure V.12)

Au delà de 55 Ma, la production magmatique augmente de nouveau par l'apparition d'une troisième zone de fusion partielle. Elle se développe à une plus grande distance de la fosse ( $>150 \text{ km}$ ). Le passage répété des petites cellules de convection dans le coin du manteau provoque une érosion progressive de la lithosphère sous la croûte chevauchante. L'isotherme à  $1300^\circ\text{C}$  remonte vers la surface et lorsqu'il atteint la limite de 80 km, il déclenche la fusion partielle anhydre.

Le taux de production magmatique croît régulièrement depuis  $1000 \pm 500 \text{ km}^3/\text{Ma}$  à 55 Ma à plus de  $8000 \pm 5000 \text{ km}^3/\text{Ma}$ . Ceci s'explique par l'érosion de la lithosphère qui se poursuit régulièrement, favorisant la capacité de fusion par décompression.

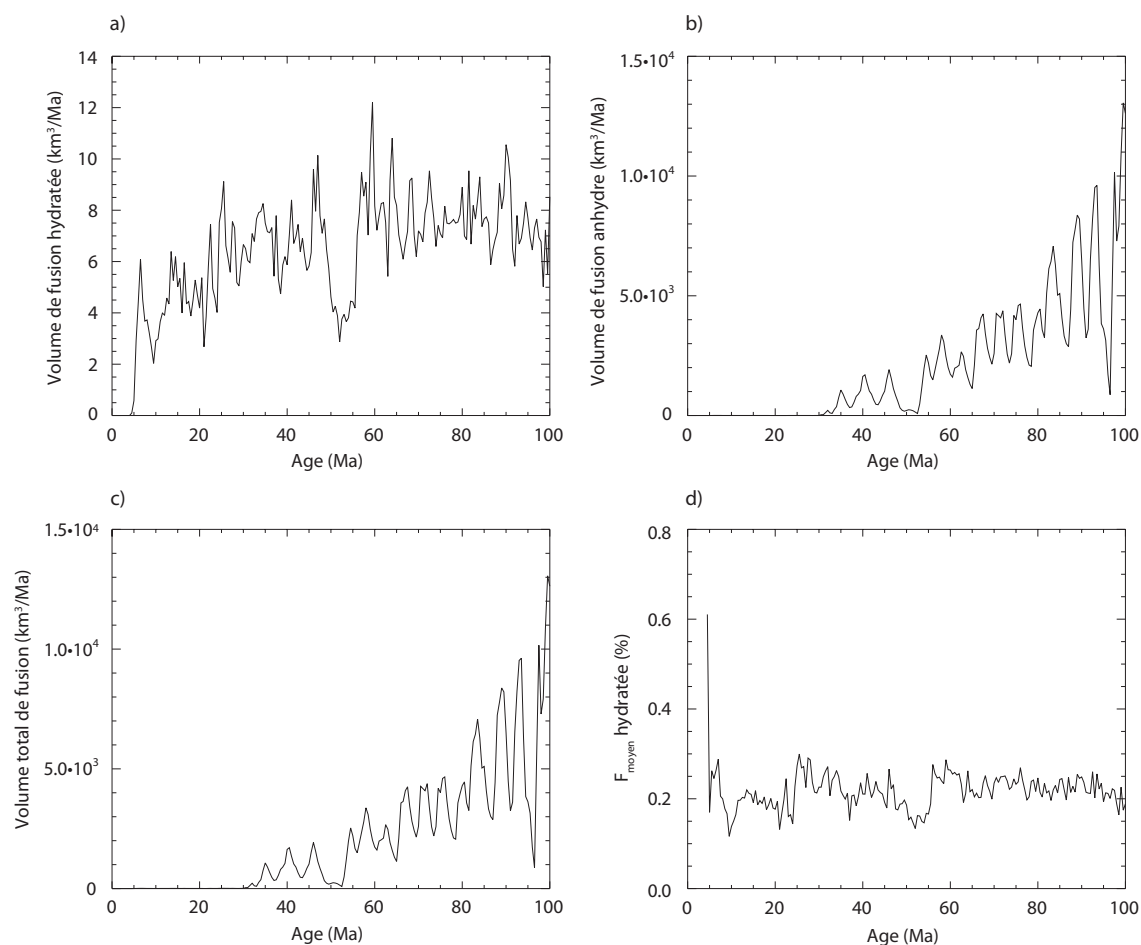


FIG. V.11 – Évolution au cours du temps du taux de production magmatique hydratée (a), anhydre (b) et total (c). La fusion hydratée se stabilise autour d'une valeur moyenne de  $7,7 \pm \text{wt\%}$ . Le taux de fusion anhydre débute à partir de 28 Ma, dans le coin du manteau. Il augmente progressivement à cause de l'érosion lente de la lithosphère sous la croûte chevauchante. Dans ce cas, la fusion partielle totale est principalement fonction de la fusion anhydre (c). Le taux de production moyen par cellule est très stable autour de 0,2 % (d).

### V.2.3 Localisation de la fusion partielle

Pour chacun des deux types de fusion partielle, nous pouvons réaliser une projection en surface des volumes de magma, afin d'identifier les zones de production magmatique les plus intenses.

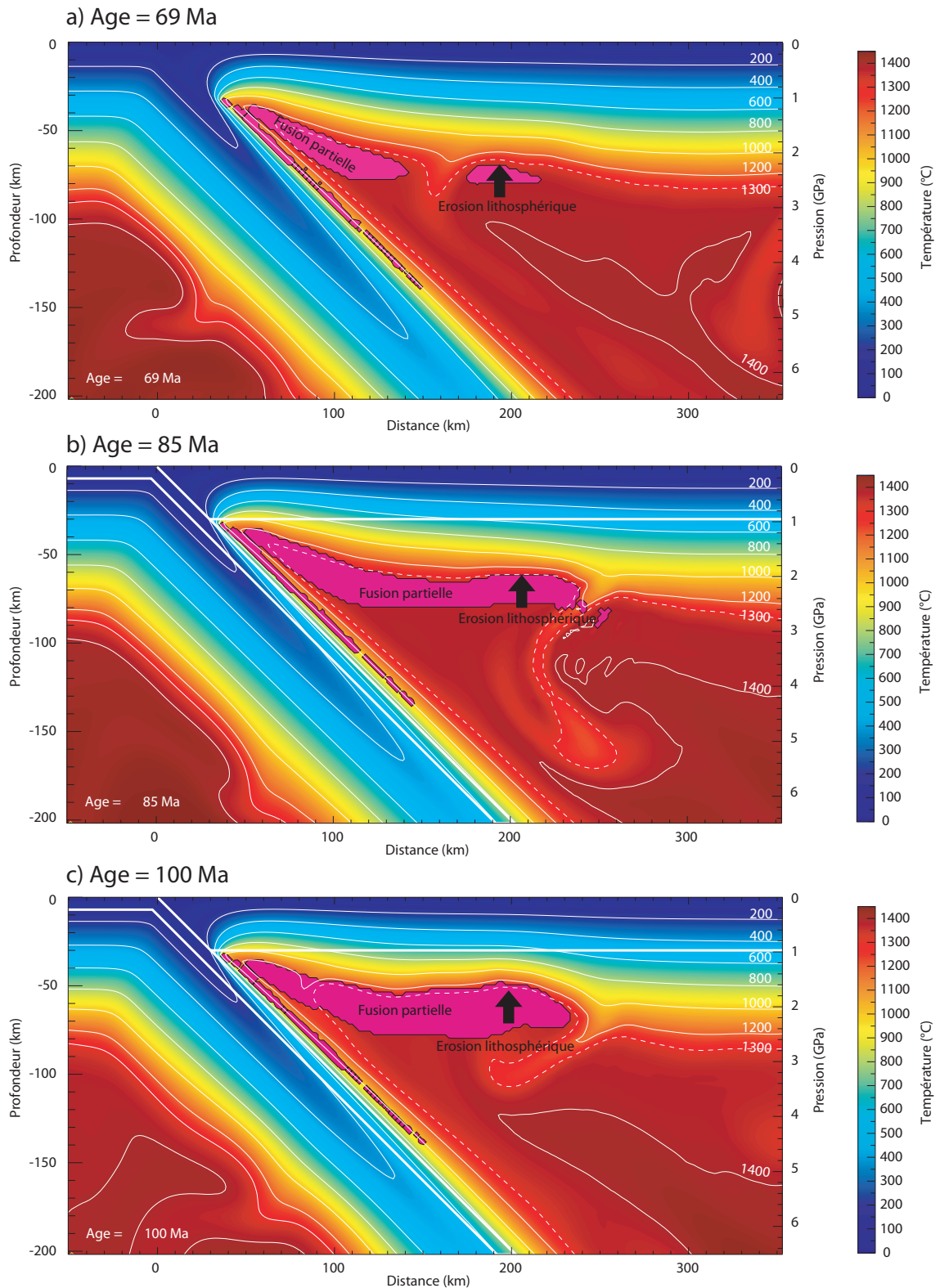


FIG. V.12 – Champs de températures pour le modèle de référence à trois âges différents a) 69 Ma, b) 80 Ma et c) 100 Ma. La zone en mauve indique la position de la zone de fusion partielle. La fusion hydratée a lieu dans le plan parallèle à la plaque subduite et la fusion anhydre dans le reste coin du manteau. Au delà de 55 Ma, le taux de fusion partielle anhydre croît régulièrement avec le temps. Ceci est la conséquence de l'érosion de la lithosphère à environ 200 km de la fosse. L'isotherme à 1300 °C remonte régulièrement vers la surface, augmentant la fusion partielle par décompression.

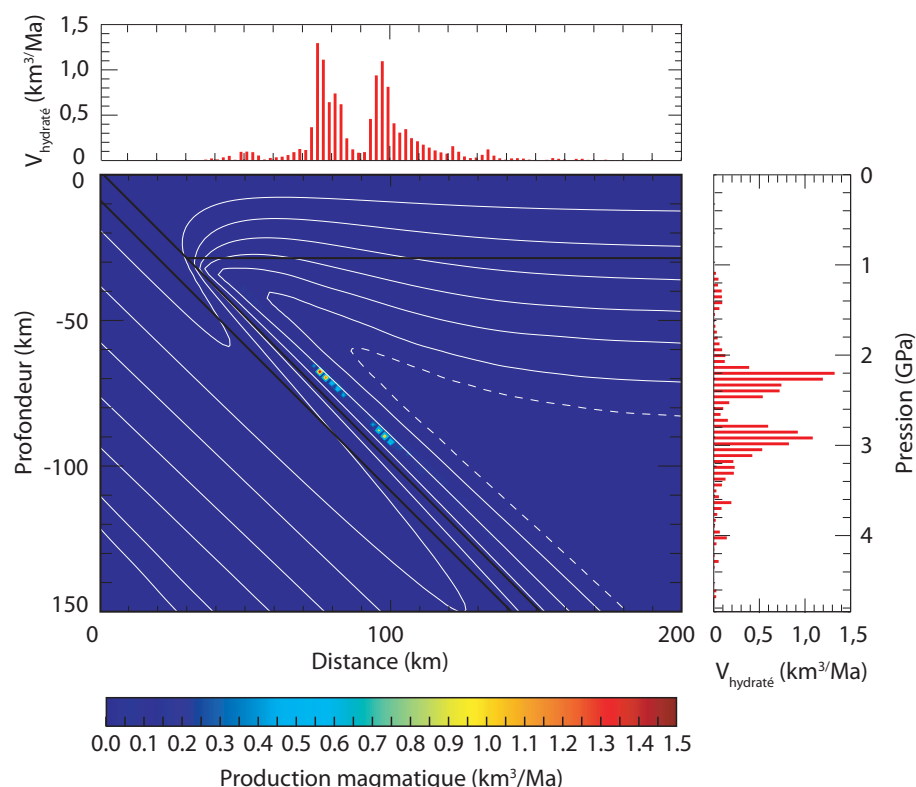


FIG. V.13 – Localisation des maxima de fusion partielle hydratée pour le modèle de référence. La fusion partielle a lieu sur un plan parallèle à la plaque plongeante, mais deux zones principales s'individualisent. La première située à  $80 \pm 5$  km de la fosse et  $70 \pm 6$  km de profondeur, et la seconde centrée autour de  $97 \pm 5$  km de la fosse et  $90 \pm 5$  km de profondeur.

### Localisation de la fusion hydratée

Dans le cas de la fusion hydratée (Figure V.13), nous identifions deux zones de production magmatique plus intense. La première est localisée à environ  $80 \pm 5$  km de la fosse et  $70 \pm 6$  km de profondeur. La seconde se situe légèrement plus en retrait à  $97 \pm 5$  km de la fosse et  $90 \pm 5$  km de profondeur. Chacune de ces deux zones produit un taux de magma voisin d'environ  $4,4 \pm 0,2$  km<sup>3</sup>/Ma et  $4,1 \pm 0,3$  km<sup>3</sup>/Ma, respectivement.

### Localisation de la fusion anhydre

Dans le cas de la fusion anhydre, la zone principale est centrée à  $85 \pm 15$  km de la fosse (Figure V.14). Les deux zones sont situées respectivement à  $155 \pm 20$  km et  $195 \pm 20$  km de la fosse et  $70 \pm 20$  km de profondeur. L'intégration de la zone principale donne un taux de production moyen sur les 100 Ma d'années de  $3270$  km<sup>3</sup>/Ma.

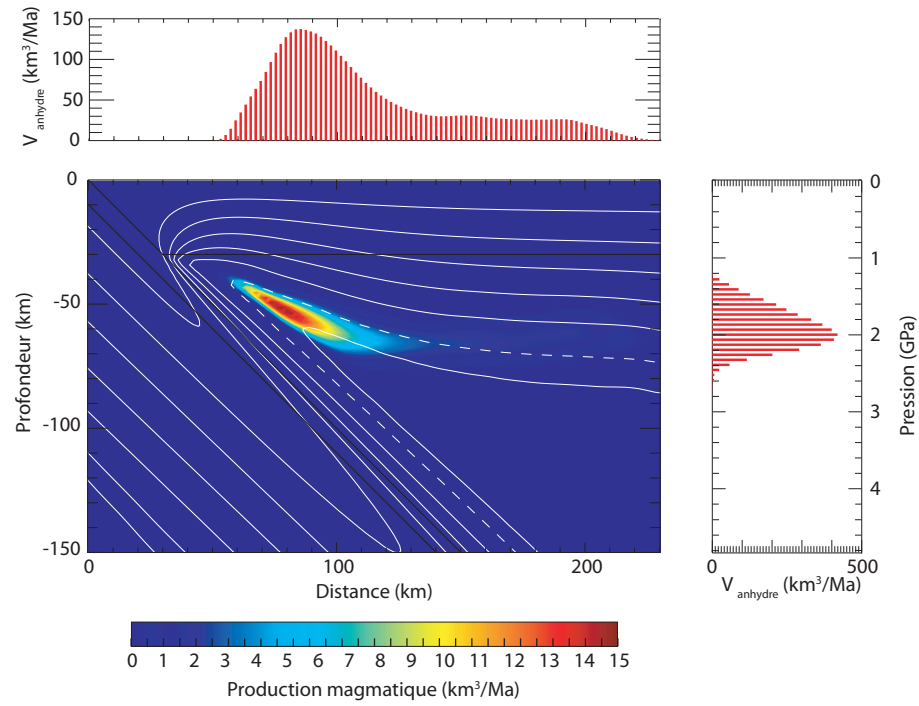


FIG. V.14 – Localisation des maxima de fusion partielle anhydre pour le modèle de référence. La fusion anhydre a lieu entre 40 et 70 km de profondeur et entre 60 et 110 km de la fosse. La zone principale de fusion est centrée dans le coin du manteau à  $85 \pm 15$  km de la fosse et  $70 \pm 20$  km de profondeur.

La zone de fusion partielle anhydre se situe à la verticale des deux zones de fusion partielle hydratée. Ceci laisse supposer un mélange des deux magmas lors de la remontée en surface.

### V.3 Influence des paramètres de la subduction

Nous avons réalisé une série de simulations en vue d'étudier l'influence des paramètres de la subduction sur la production magmatique. Les différentes configurations du modèle sont résumées dans le tableau (V.2).

#### V.3.1 Influence de la profondeur du Moho

Nous avons réalisé 9 simulations de subduction en faisant varier l'épaisseur du Moho entre 10 et 55 km, tous les 5 km. Seul le modèle pour  $h_c = 35$  km n'a pas été réalisé faute de temps. Nous présentons les résultats sous la forme d'un taux de production magmatique moyen ( $\text{km}^3/\text{Ma}$ ), obtenu après 100 Ma. Dans un premier temps, la fusion hydratée et la fusion anhydre sont introduits séparément avant de conclure sur les volumes totaux.

#### Évolution de la fusion hydratée

Nous avons vu dans la section précédente que la fusion hydratée se répartit le long d'un plan parallèle au panneau plongeant et préférentiellement dans deux zones bien localisées (Figure V.15). Ces deux zones sont présentes dans toutes les simulations comptant pour l'influence de l'épaisseur du Moho. Elles sont numérotées depuis la zone la plus profonde (zh1) vers l'extrémité du coin du manteau (zh2) (Figure V.15).

Dans la figure (V.16), nous présentons les variations du taux de production magmatique moyen pour ces deux zones et la fusion hydratée totale, dans tout le modèle. Dans la zone (zh2), la production magmatique croît régulièrement de  $1,7 \pm 0,7 \text{ km}^3/\text{Ma}$  à  $8,2$

TAB. V.2 – Tableau récapitulatif des paramètres utilisés pour les différents modèles et la gamme de variation utilisée pour le paramètre étudié. Le nombre entre parenthèses indique le pas d'échantillonnage. Deux modèles n'ont pas été réalisés pour  $h_c = 35$  km et  $\alpha_s = 45^\circ$

	Profondeur du Moho (km)	Taux de convergence (cm/an)	Pendage (°)
Variations de la profondeur du Moho	de 10 à 55 (5)	5	45
Variations du taux de convergence	30	de 2 à 10 (1)	45
Variations du pendage	30	5	de 35 à 80 (5)

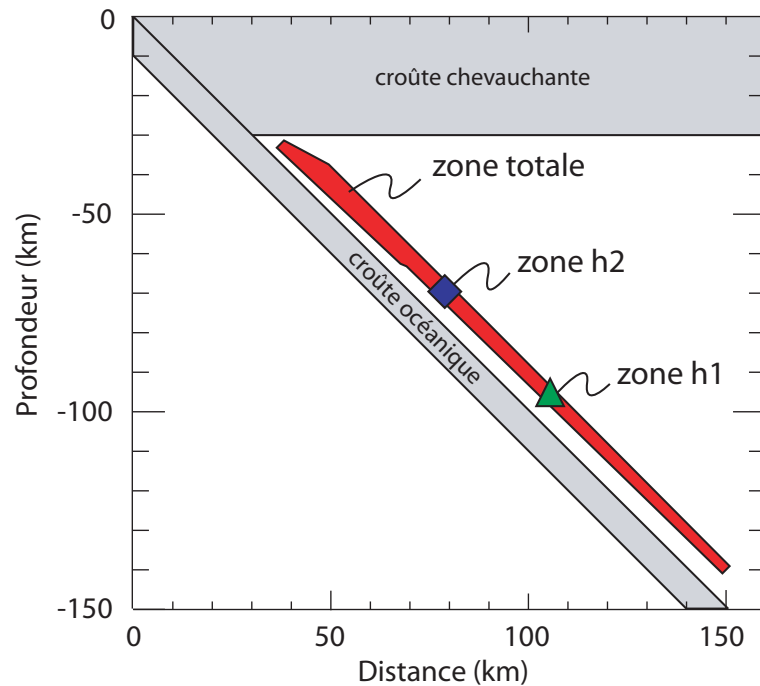


FIG. V.15 – Représentation schématique de la localisation des zones de fusion partielle dans un modèle pour une croûte d'épaisseur de 30 km. Les deux zones zh1 et zh2 représentent la position des maxima de fusion partielle. La zone totale correspond à l'étendue maximale de fusion hydratée. Les symboles et les couleurs sont reportés dans la figure V.16.

$\pm 2,1 \text{ km}^3/\text{Ma}$  entre 10 et 45 km d'épaisseur de croûte chevauchante. Dans les deux dernières simulations, l'intensité de ce taux augmente plus fortement pour atteindre  $15,7 \pm 4,6 \text{ km}^3/\text{Ma}$  à 55 km.

L'évolution de la zone (zh1) est beaucoup plus homogène en fonction de la profondeur du Moho. Elle évolue autour d'un taux de  $4,8 \pm 2,4 \text{ km}^3/\text{Ma}$  entre 10 et 30 km, pour augmenter légèrement à  $8 \pm 2,1 \text{ km}^3/\text{Ma}$  entre 35 et 55 km. L'erreur sur l'évolution dans cette zone est importante et tendrait plus à nous indiquer un taux constant quelque soit l'épaisseur du Moho. L'évolution de la production magmatique totale reste stable pour  $h_c$  entre 10 et 25 km à un taux de  $8 \pm 4 \text{ km}^3/\text{Ma}$  (Figure V.15). Puis elle croît régulièrement jusqu'à  $21,1 \pm 6,2 \text{ km}^3/\text{Ma}$  à  $h_c=55 \text{ km}$ .

**En résumé, l'épaississement de la croûte chevauchante se traduit par une augmentation de la production magmatique hydratée.**



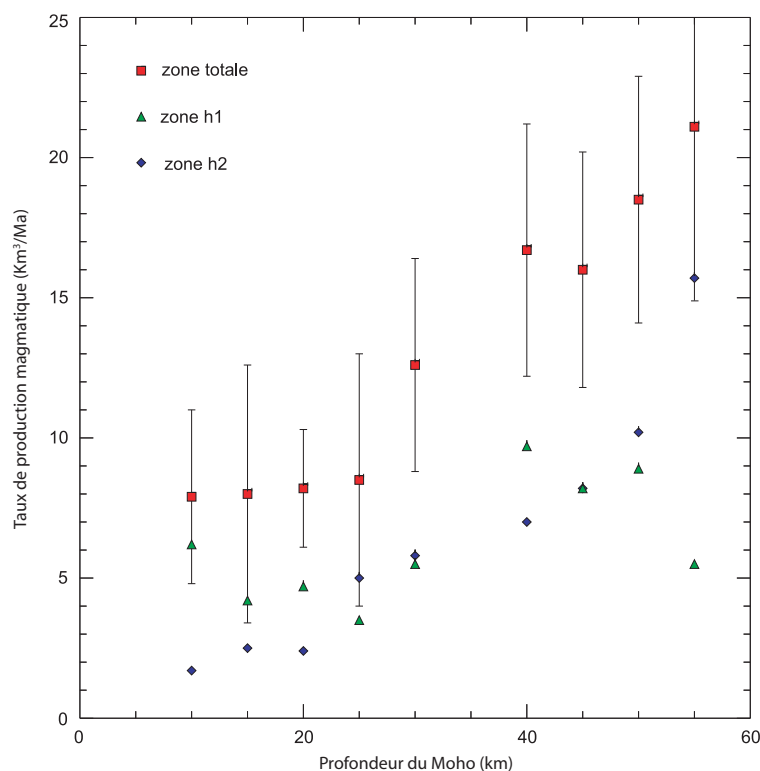


FIG. V.16 – Évolution du taux de production magmatique hydratée dans les deux zones de fusion maximale et dans tous le domaine de fusion hydratée.

La position des deux zones où ont lieu la fusion partielle ne varie pas beaucoup dans l'espace en fonction de l'épaisseur de croûte chevauchante. Elles sont localisées respectivement à  $80 \pm 5$  km et  $100 \pm 5$  km de la fosse pour (zh2) et (zh1), et à  $70 \pm 5$  km et  $90 \pm 5$  km de profondeur (Figure V.17).

Les profils thermiques à 80 km de la fosse (Figure V.18) indiquent que l'épaississement de la croûte n'induit pas d'augmentation de la température maximum dans le coin du manteau. Celle-ci varie entre 1370 et 1390 °C pour des croûte de 10 à 55 km d'épaisseur (Figure V.18). De plus, la température au sommet de la plaque plongeante n'augmente que de 75 °C. L'épaisseur de la croûte chevauchante n'a donc pas d'influence sur la localisation de la zone de fusion partielle en présence d'eau (sous flux d'eau). Cependant, la température moyenne dans la zone de fusion partielle hydratée augmente avec l'épaississement de la plaque chevauchante (Figure V.18).

Par conséquent, **l'augmentation de la production magmatique observée dans les deux zones de fusion hydratée est associée à une augmentation locale de la température** (Figure V.18)

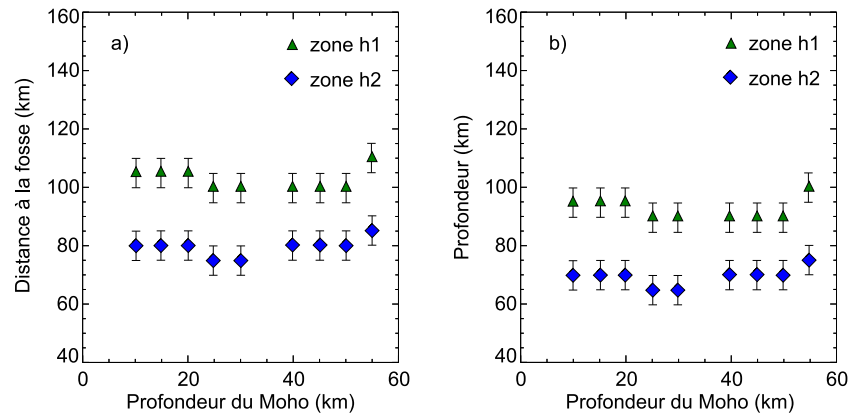


FIG. V.17 – Influence de l'épaisseur de croûte chevauchante sur la localisation des zones de fusion zh1 et zh2. Elles restent toutes les deux à une distance fixe de  $80 \pm 5$  km et  $105 \pm 5$  km de la fosse (a), et à une profondeur constante de  $60 \pm 5$  km et  $95 \pm 5$  km (b).

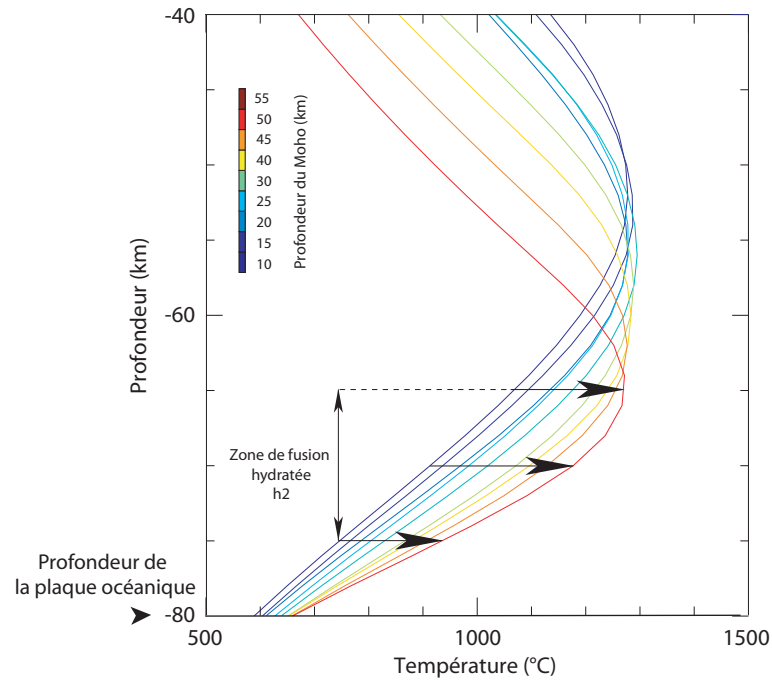


FIG. V.18 – Profils de température à 80 km de la fosse, à la verticale de la zone de fusion zh2, pour différentes épaisseurs de croûte chevauchante. La température dans la zone de fusion augmente avec l'épaississement du Moho (+ 200°C à 70 km de profondeur). La température au sommet de la plaque subduite augmente peu.

### Évolution de la fusion anhydre

La zone de fusion anhydre se répartit préférentiellement dans un domaine situé à la verticale des deux zones de fusion hydratée (Figure V.19). Un second domaine se met en place plus loin de la fosse (en moyenne autour de 200 km de la fosse) sous l'action de l'érosion des petites cellules de convection qui pénètrent dans le coin du manteau. Au fur et à mesure de l'érosion et après plusieurs millions d'années, ces deux domaines se connectent (Figure V.19), créant ainsi une large zone de fusion partielle.

Les résultats de la variation du taux de production magmatique anhydre moyen sont présentés dans la figure (V.20). Le taux de production magmatique anhydre est maximal pour une croûte fine ( $6340 \pm 2461 \text{ km}^3/\text{Ma}$  pour  $h_c = 10 \text{ km}$ ) et moyenne ( $5670 \pm 2955 \text{ km}^3/\text{Ma}$  pour  $h_c = 25 \text{ km}$ ). Cependant, pour des croûtes d'épaisseur intermédiaires, le taux de production moyen chute brutalement à  $1500 \pm 860 \text{ km}^3/\text{Ma}$  et  $340 \pm 8,6 \text{ km}^3/\text{Ma}$  respectivement pour  $h_c = 15 \text{ km}$  et  $h_c = 20 \text{ km}$ . Entre 25 et 55 km, le taux de production magmatique décroît régulièrement pour se stabiliser à un taux de  $30 \pm 8 \text{ km}^3/\text{Ma}$  entre 50 et 55 km.

La mise en place d'une érosion de la lithosphère chevauchante n'est pas systématique dans tous les modèles. Dans les simulations  $h_c = 15 \text{ km}$  et  $h_c = 20 \text{ km}$ , ce domaine ne se développe pas (Figures V.21 et V.22). Dans la figure (V.20), si nous ne considérons que les modèles qui présentent une érosion de la lithosphère, nous pouvons mettre en évidence une corrélation intéressante entre l'épaisseur de la plaque chevauchante et le taux

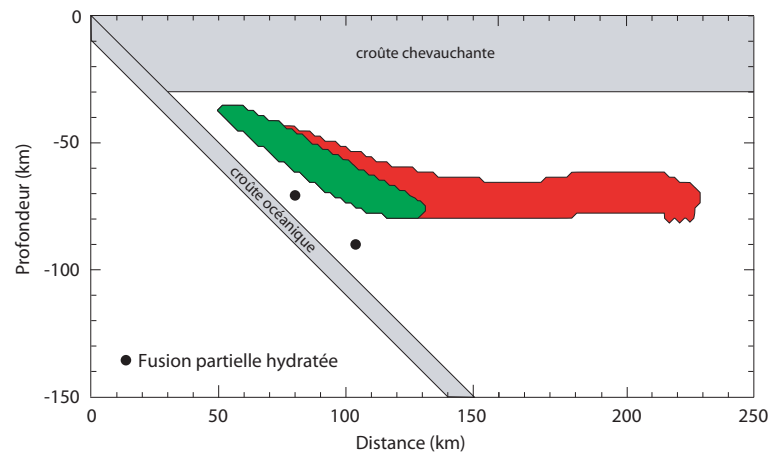


FIG. V.19 – Représentation schématisée de la localisation des zones de fusion partielle anhydre dans un modèle pour une croûte d'épaisseur de 30 km. Les deux zones zh1 et zh2 représentent la position des maxima de fusion partielle. La zone totale représente l'étendue maximale de fusion anhydre.

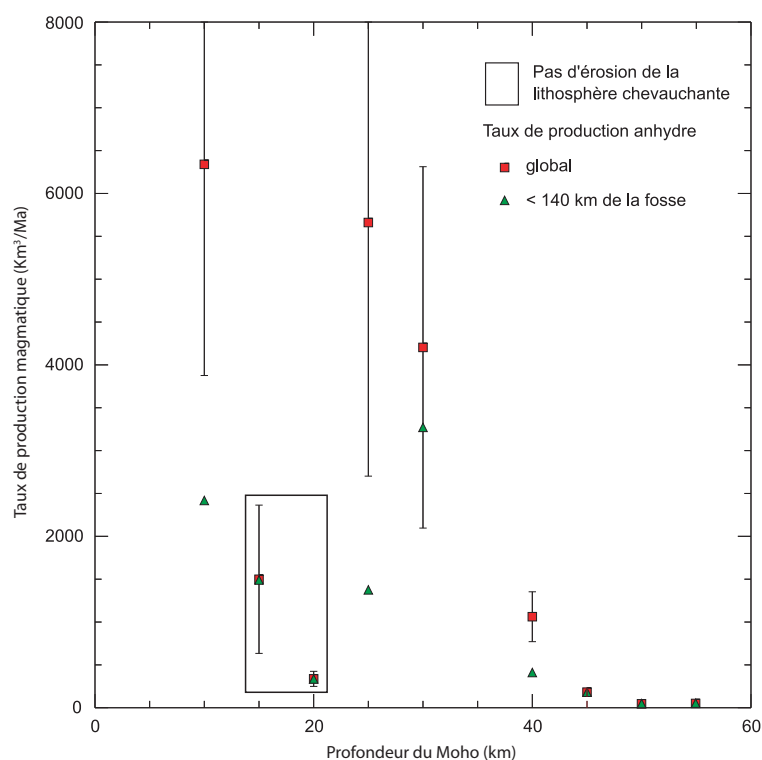


FIG. V.20 – Évolution du taux de production magmatique anhydre en fonction de l'épaisseur de la croûte chevauchante. Tous les modèles présentent le développement d'une érosion de la lithosphère à l'exception des modèles pour  $h_c = 15$  et  $h_c = 20$  km. L'épaississement de la croûte chevauchante entraîne une diminution de la production magmatique entre 25 et 45 km.

de production magmatique. Entre 10 et 25 km, ce taux est stable autour d'une valeur de  $6000 \pm 3000$  km<sup>3</sup>/Ma. Au delà de 25 km d'épaisseur, il chute régulièrement jusqu'à  $200 \pm 52$  km<sup>3</sup>/Ma à  $h_c = 45$  km et se stabilise à  $50 \pm 15$  km<sup>3</sup>/Ma entre 50 et 55 km.

Cette relation peut se comprendre en observant les variations de la position de la zone de fusion anhydre. Le maximum de fusion migre lentement de  $75 \pm 10$  km à  $105 \pm 15$  km de la fosse. En parallèle, la profondeur augmente de manière plus significative de  $45 \pm 5$  à  $70 \pm 10$  km. Dans ces conditions d'augmentation de la pression, la fusion partielle anhydre devient plus difficile à mettre en place. Quelques soient les modèles que nous regardons, la profondeur maximum de fusion anhydre ne dépasse pas 80 km de profondeur (Figure V.23). Donc, en réduisant l'espace du coin du manteau par une croûte chevauchante plus épaisse, la surface disponible pour permettre la fusion anhydre diminue également.

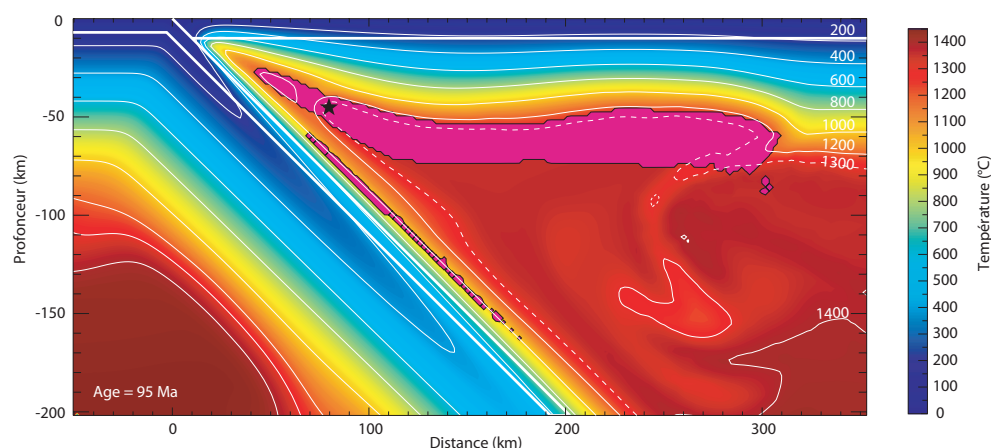


FIG. V.21 – Champ de température pour un modèle de croûte chevauchante de 10 km, 95 Ma après le début de la subduction. L'érosion de la lithosphère entraîne une augmentation de la surface de la zone de fusion anhydre.

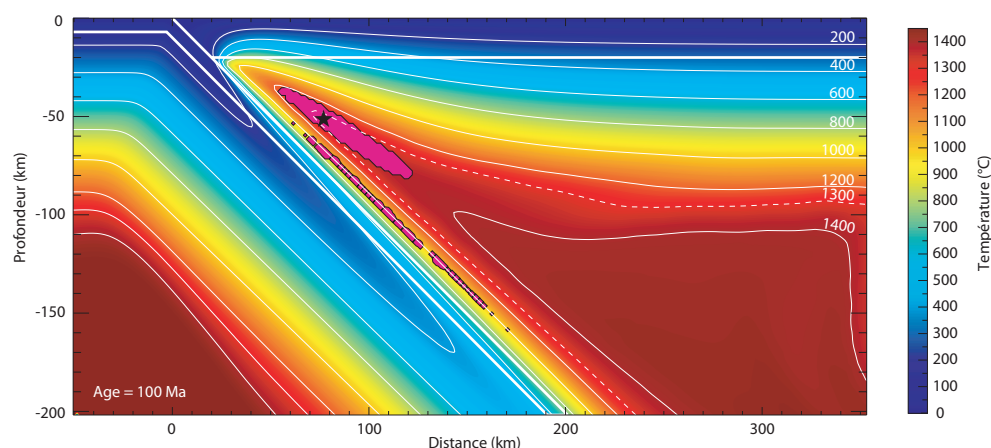


FIG. V.22 – Champ de température pour un modèle de croûte chevauchante de 20 km, 100 Ma après le début de la subduction. Dans ce modèle, l'érosion de la lithosphère chevauchante ne s'est pas développé. La zone de fusion reste confinée dans le coin du manteau.

Dans le cas d'une croûte fine ( $h_c = 10$  km), l'érosion de la lithosphère permet de faire remonter la zone de fusion partielle jusqu'à environ 30 km de profondeur (Figure V.23). Ceci explique que nous ayons de forts taux de production magmatique pour des croûtes fines et moyennes (jusqu'à 25 km d'épaisseur). Au delà d'une profondeur du Moho de 25 km, la frontière entre la croûte chevauchante et le manteau limite le développement de l'érosion de la lithosphère et entraîne ainsi la diminution de la production magmatique (Figure V.20).

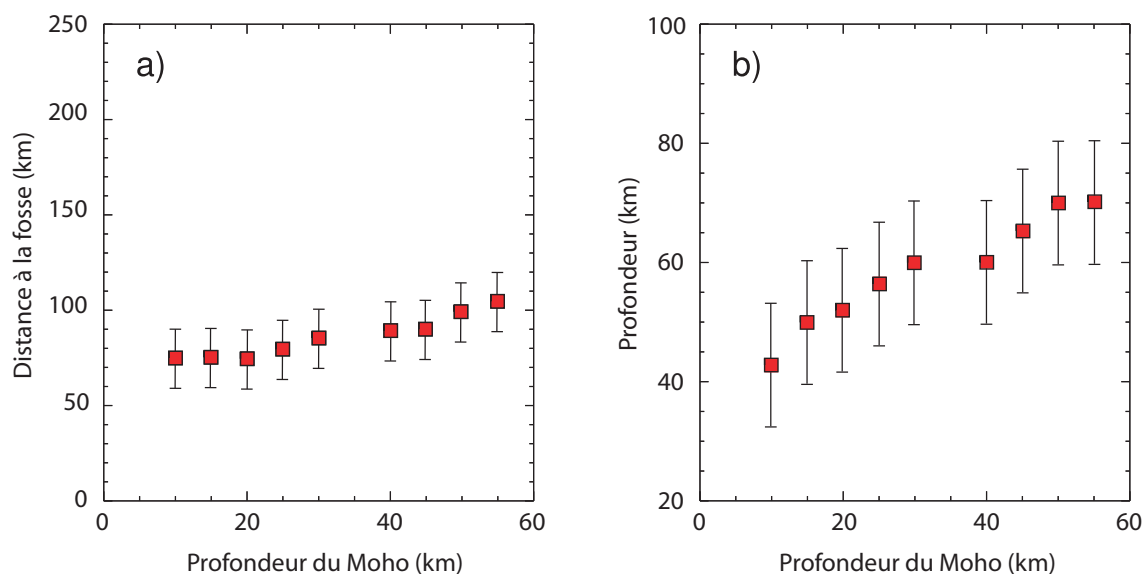


FIG. V.23 – Évolution de la position des zones de fusion partielle anhydre en fonction de l'épaisseur de la croûte chevauchante.

Nous pouvons essayer d'atténuer l'effet de l'érosion lithosphérique en ne prenant en compte que les volumes de magma produits entre 0 et 140 km de la fosse. Cette limite correspond à la limite d'extension maximale de la zone de fusion anhydre pour les modèles sans érosion lithosphérique (Figure V.20). La connection des deux zones de fusion anhydre entraîne également la remontée des isothermes dans les régions avant 140 km.

En conclusion, **il existe une corrélation entre l'augmentation de l'épaisseur de la croûte et une diminution du taux de production magmatique anhydre**. Cette variation n'est pas régulière et décroît essentiellement entre 25 et 45 km d'épaisseur de croûte.

### Évolution globale et résumé

Les taux de production magmatique sont très différents en présence ou en l'absence d'eau. Le taux de production magmatique anhydre domine très largement le taux de fusion hydratée, pour des croûtes épaisses et moyennes (entre 10 et 40 km). Il varie de  $8,2 \pm 2,1$  km<sup>3</sup>/Ma à  $21,1 \pm 6,2$  km<sup>3</sup>/Ma pour la fusion hydratée, alors qu'il varie de  $6000 \pm 3000$  km<sup>3</sup>/Ma à  $30 \pm 8$  km<sup>3</sup>/Ma pour la fusion anhydre. L'évolution générale de la production magmatique en fonction de l'épaississement de la croûte chevauchante est donc le même que dans le cas de la fusion anhydre. C'est à dire qu'il décroît avec l'augmentation de la profondeur du Moho. Pour des croûtes épaisses, le taux de production hydratée est du

même ordre de grandeur que le taux de production anhydre :  $21,1 \pm 6,2 \text{ km}^3/\text{Ma}$  pour la fusion hydratée et  $29 \pm 8 \text{ km}^3/\text{Ma}$  pour la fusion anhydre.

### V.3.2 Influence du taux de convergence

Pour étudier l'influence du taux de convergence sur la production magmatique, 9 simulations ont été réalisées. Le taux de convergence varie de 2 cm/an à 10 cm/an avec un modèle tous les 1 cm/an. De la même manière que dans la sous section précédente, nous présentons dans un premier temps l'évolution de la fusion hydratée, puis celle de la fusion anhydre.

#### Évolution de la fusion hydratée

Pour des taux de convergence élevés ( $\geq 6 \text{ cm/an}$ ), nous pouvons observer le développement d'une troisième zone de fusion hydratée (zh3 ; Figure V.24). Elle est localisée plus près de l'extrémité du coin du manteau que les deux autres zones.

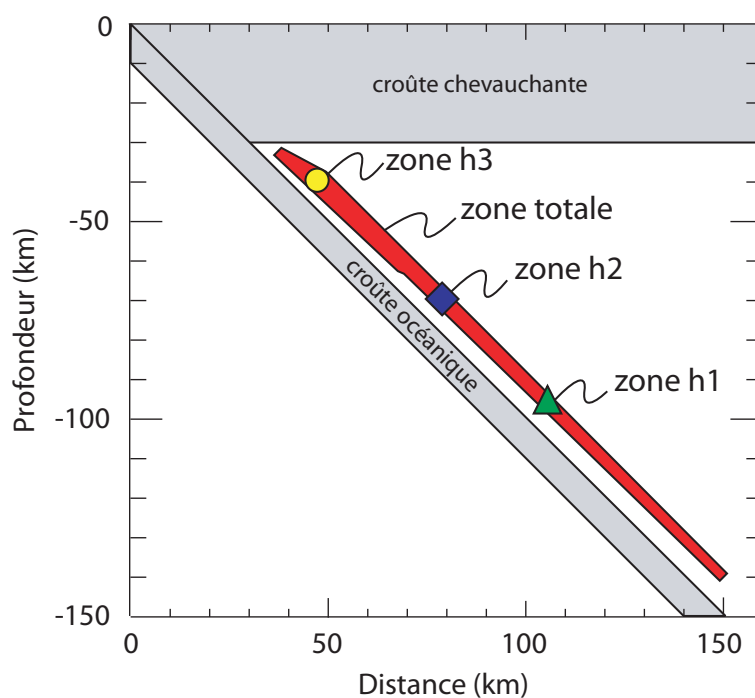


FIG. V.24 – Localisation des deux zones de fusion hydratée profonde (voir figure V.15). Pour des taux de convergence supérieurs à 6 cm/an, une troisième zone de fusion apparaît à l'extrémité du coin du manteau. Son taux de production magmatique croît avec le taux de convergence.

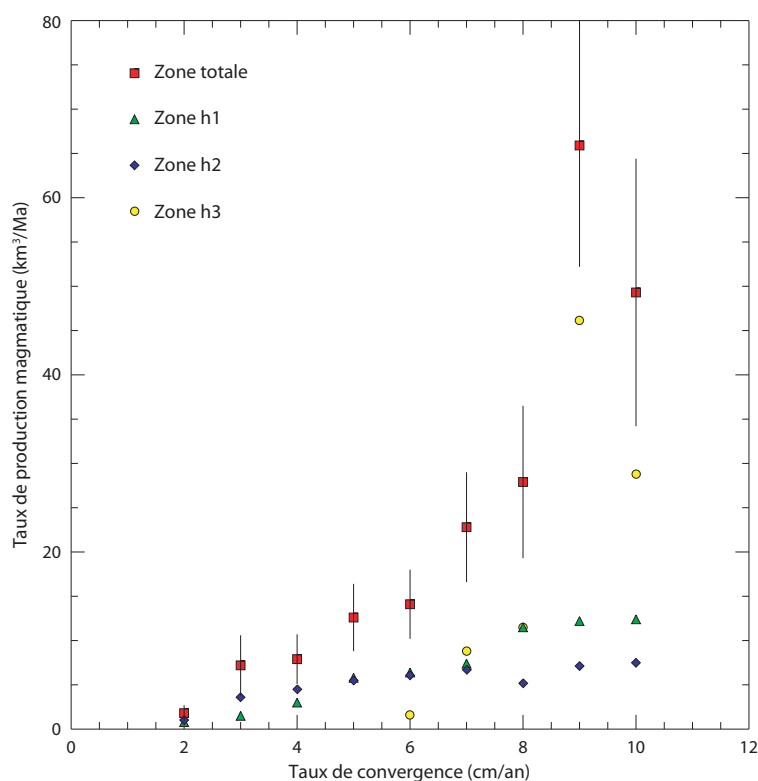


FIG. V.25 – Évolution du taux de production magmatique hydraté dans les trois zones (h1-h3) et dans la totalité de la zone de fusion hydratée.

La figure (V.25) présente l'évolution de la production magmatique moyenne pour les trois zones de fusion partielle hydratée en fonction du taux de convergence. Toutes les zones de fusion présentent un taux de production magmatique croissant avec l'accélération de la convergence des plaques. Les deux zones (zh1 et zh2) évoluent conjointement et régulièrement de  $0,9 \pm 0,4 \text{ km}^3/\text{Ma}$  à  $6,7 \pm 1,8 \text{ km}^3/\text{Ma}$  entre 2 et 7 cm/an. Au delà de 7 cm/an, la production dans la zone zh1 se stabilise autour d'une valeur de  $7,3 \pm 1,5 \text{ km}^3/\text{Ma}$ , tandis que la production de la zone zh2 augmente jusqu'à  $12,4 \pm 3,8 \text{ km}^3/\text{Ma}$ . La zone de fusion partielle zh3 apparaît uniquement pour des vitesses supérieures à 6 cm/an et croît très rapidement. Son taux de production passe de  $1,6 \pm 0,5 \text{ km}^3/\text{Ma}$  à 6 cm/an, à  $46,2 \pm 9,6 \text{ km}^3/\text{Ma}$  pour un taux de convergence de 9 cm/an. Pour un taux de convergence de 10 cm/an ce taux est ramené à  $28,8 \pm 8,8 \text{ km}^3/\text{Ma}$ .

La production magmatique hydratée totale croît donc linéairement de  $1,7 \pm 0,9 \text{ km}^3/\text{Ma}$  à  $27,9 \pm 8,6 \text{ km}^3/\text{Ma}$  entre 2 et 8 cm/an. Elle est ensuite très influencée par la production de la zone h3 et atteint des valeurs de  $65,9 \pm 13,7 \text{ km}^3/\text{Ma}$  et  $49,3 \pm 15,1 \text{ km}^3/\text{Ma}$  pour des taux de convergence de 9 et 10 cm/an, respectivement.



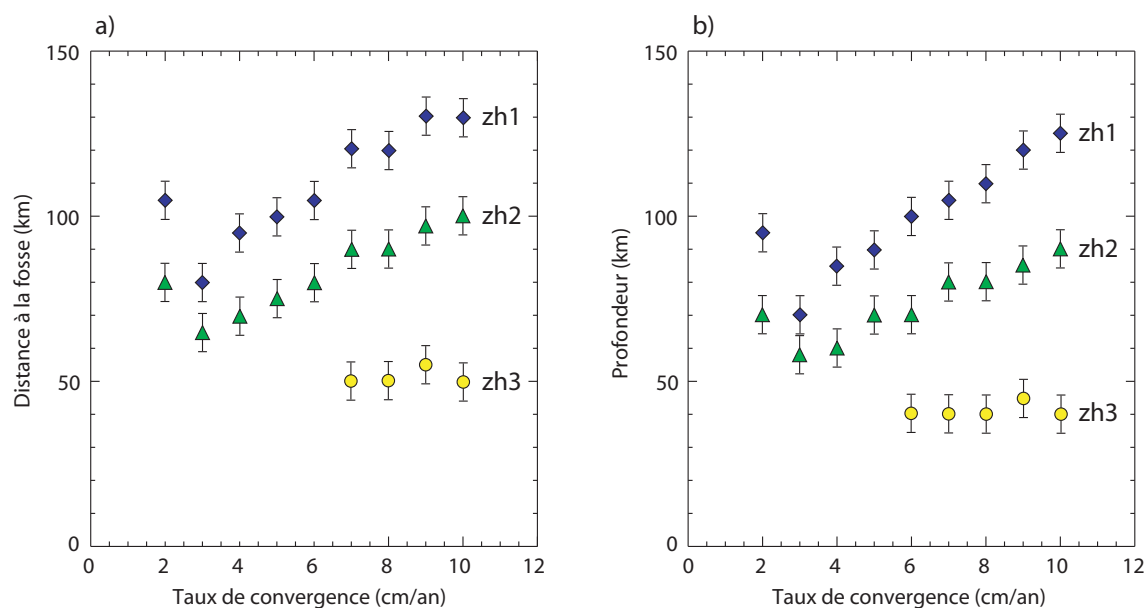


FIG. V.26 – Localisation des maxima de fusion partielle hydratée en fonction de la distance à la fosse (a) et de la profondeur (b) et par rapport au taux de convergence

### **L'accélération de la convergence des plaques induit donc un accroissement de la production magmatique hydratée.**

Cette accélération du mouvement des plaques s'accompagne d'un déplacement des zones de fusion maximale. Ainsi, les deux zones zh1 et zh2 s'écartent de la fosse pour passer respectivement de 65 à 100 km et de 80 à 130 km entre 3 et 10 cm/an (Figure V.26). Il est intéressant de remarquer que la zone zh3 ne bouge pas d'une position de 50 km de la fosse. Cet éloignement de la fosse s'accompagne d'un enfoncement des zones zh1 et zh2. Elles passent de 55 km à 90 km de profondeur pour la zone zh2 et de 70 à 125 km de profondeur pour la zone zh1. La zone zh3 ne change pas de profondeur et reste stable à une profondeur de 40 km.

Le déplacement des zones de fusion hydratée est à mettre en relation avec la position des maxima de déshydratation de la plaque subduite et du manteau. Le flux d'eau maximum qui relâché par la croûte subduite migre en profondeur de  $55 \pm 5$  km à  $100 \pm 5$  km pour des taux de convergence entre 2 et 10 cm/an (Figure V.27).

Le flux total d'eau augmente également avec le taux de convergence. Pour un pendage donné, le volume de croûte qui traverse une colonne du modèle augmente proportionnelle-

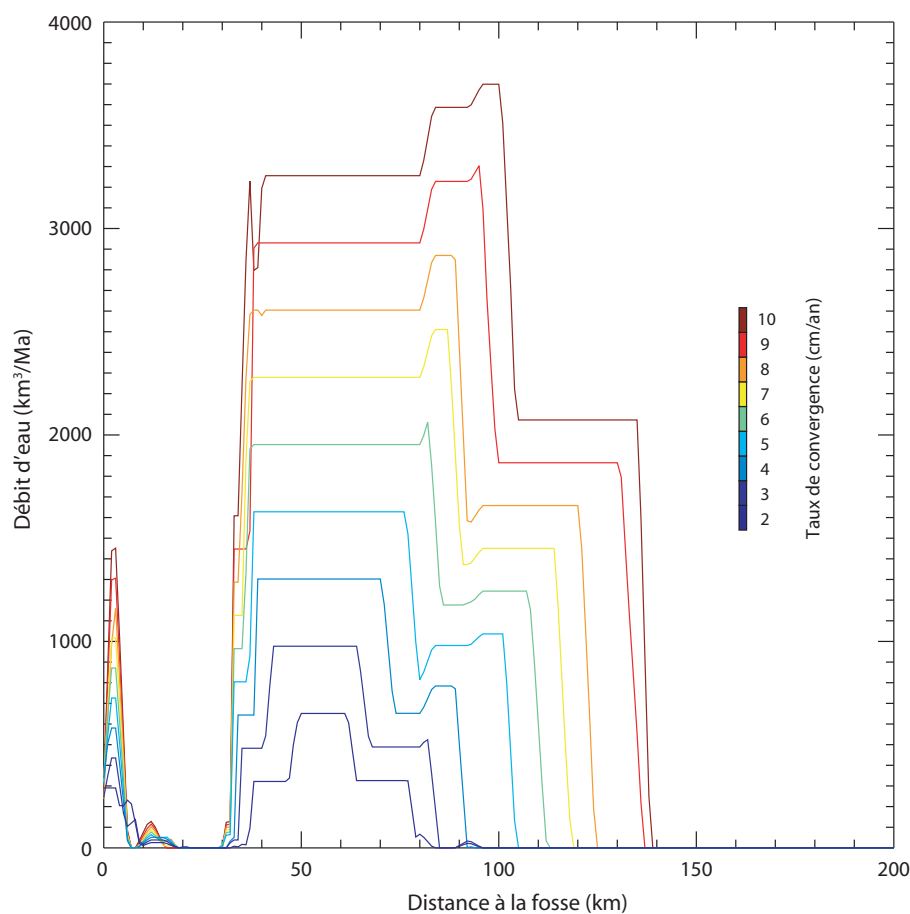


FIG. V.27 – Flux d'eau libéré par la croûte en fonction de la distance à la fosse. Plus le taux de convergence augmente, plus le flux relâché par la croûte augmente. De plus, le flux d'eau est libéré sur une plus grande largeur du manteau depuis la surface.

ment à la vitesse. Ainsi, pour un taux de convergence de 2 cm/an, le volume de croûte est de 200 km³/Ma, tandis que pour un taux de 10 cm/an, il atteint 990 km³/Ma. Le volume de traceurs qui seront déshydratés est donc plus important.

Pour des profondeurs supérieures à 1 GPa, la fusion partielle hydratée est essentiellement fonction de la température et de la teneur en eau. En effet, au delà de ces profondeurs, la fusion se déclenche pour une température de 950 °C. Les isothermes correspondants dans le manteau sont généralement parallèles à la plaque plongeante.

**La localisation de la fusion partielle est donc une fonction de la distance et de la profondeur de déshydratation de la plaque subduite.** De la même manière, l'intensité

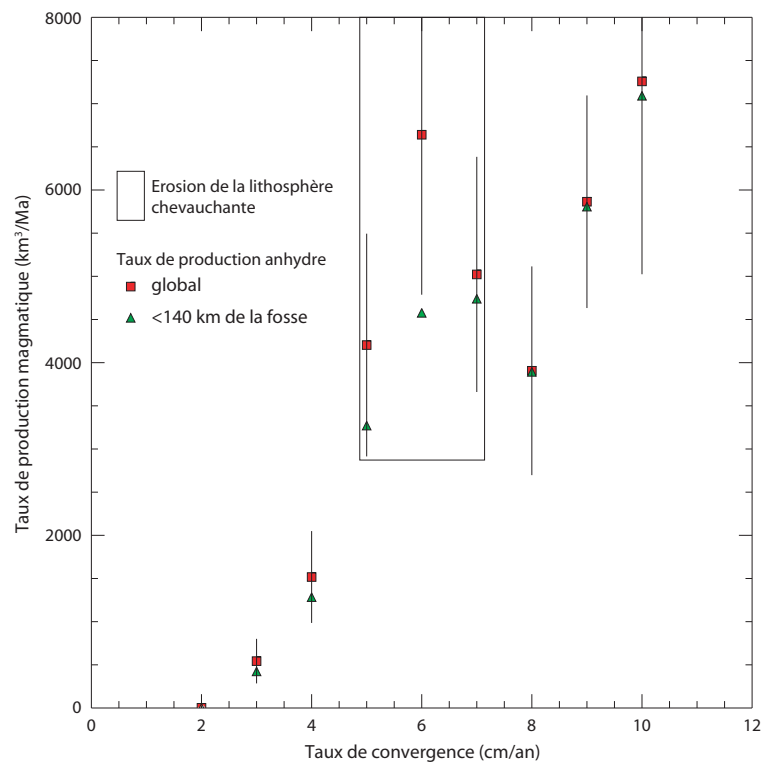


FIG. V.28 — Évolution du taux de production magmatique en fonction du taux de convergence. Les simulations réalisées avec des taux de convergence de 5, 6 et 7 cm/an ont développé une érosion de la lithosphère chevauchante. Les autres simulations ne l'ont pas développé. De manière générale, le taux de production magmatique augmente avec l'accélération de la convergence des plaques.

du taux de production magmatique est fonction de l'intensité du flux d'eau relâché par la croûte.

### Évolution de la fusion anhydre

La figure (V.28) décrit l'évolution du taux de production magmatique anhydre en fonction du taux de convergence. L'évolution générale présente une croissance du taux de production magmatique entre 2 et 6 cm/an avant de chuter entre 6 et 8 cm/an et d'augmenter entre 8 et 9 cm/an. De la même manière que dans l'évolution de la croûte chevauchante, il faut s'intéresser au développement de l'érosion de la lithosphère chevauchante. En effet, tous les modèles ne présentent pas une érosion de la lithosphère.

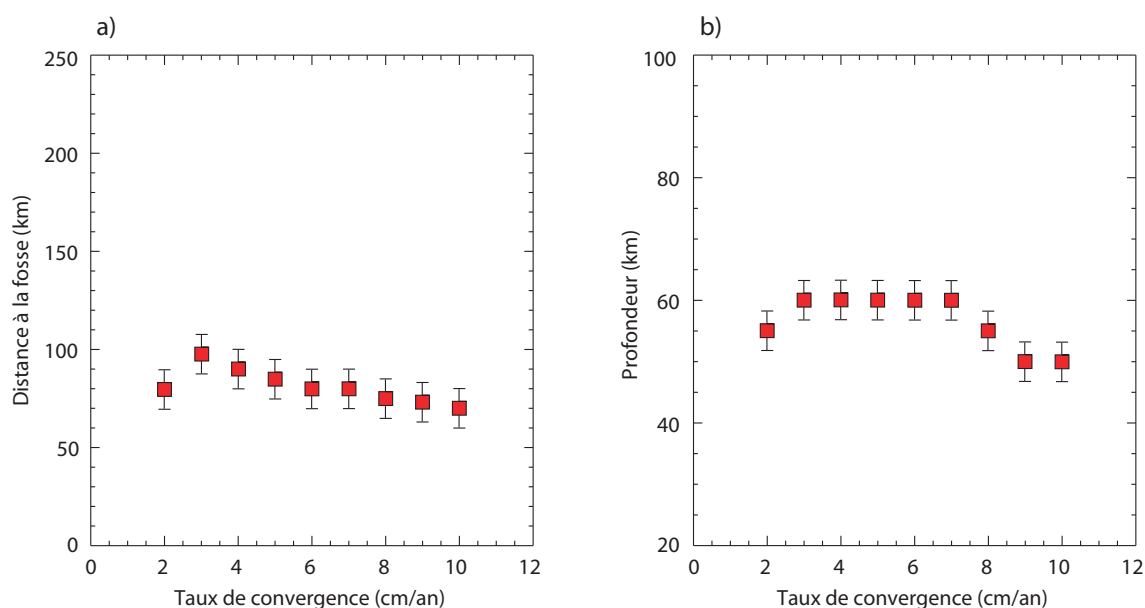


FIG. V.29 – Localisation des maxima de fusion partielle anhydre en fonction de la distance à la fosse (a) et de la profondeur (b) et par rapport au taux de convergence.

Seuls les modèles pour des taux de convergence entre 5 et 7 cm/an développent une érosion de la lithosphère chevauchante en arrière de l'arc. Nous pouvons tenter de minimiser l'effet de cette érosion de la lithosphère en ne considérant qu'une zone comprise entre 0 et 140 km de la fosse, ce qui correspond à la zone où se développe la fusion partielle anhydre en l'absence d'érosion (Figure V.28).

Cette méthode permet d'atténuer les taux de production magmatique pour des taux de convergence de 5 à 7 cm/an. L'érosion de la lithosphère en arrière de la position des arcs volcaniques induit une remontée des isothermes vers la surface. Les deux zones de fusion partielle sont souvent connectées et induisent également une remontée des isothermes dans la zone entre 0 et 140 km de la fosse. Il y a donc une surestimation de la fusion anhydre dans ces cas là.

Si nous ne considérons que les modèles qui ne présentent pas d'érosion de la lithosphère, nous observons une croissance de la production magmatique régulière entre 2 et 10 cm/an (Figure V.28). Nous pouvons en conclure que **l'accélération de la convergence des plaques induit une augmentation de la production magmatique.**

La position du maximum de fusion, dans le cas de la fusion anhydre, n'évolue pas beaucoup avec l'augmentation du taux de convergence. La distance à la fosse diminue

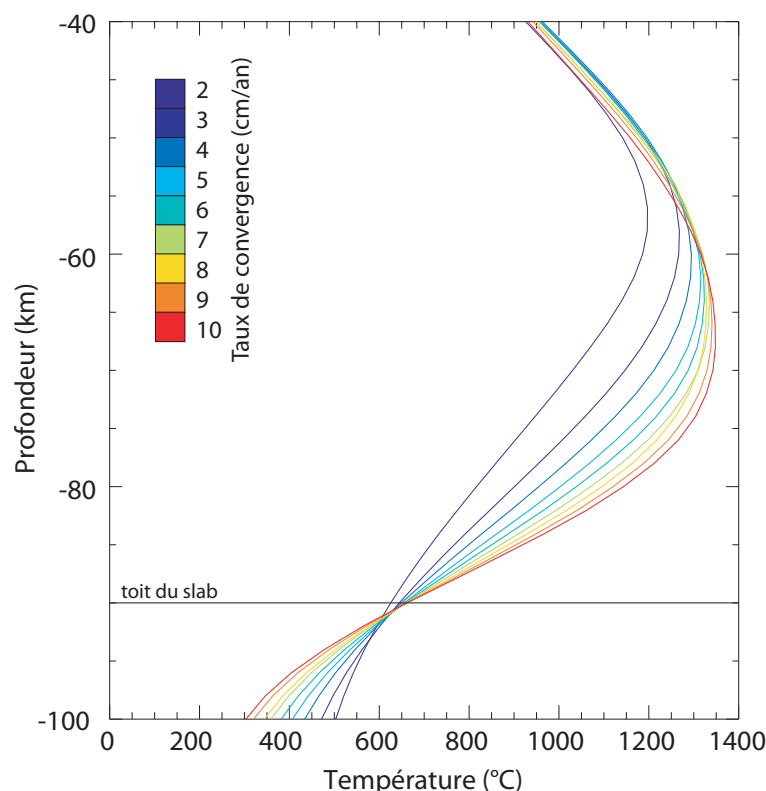


FIG. V.30 – Profils de température à 90 km de la fosse pour des taux de convergence compris entre 2 et 10 cm/an. L'accélération de la convergence des plaques induit une augmentation de la température moyenne et maximale dans le coin du manteau, responsable de l'accroissement du taux de production magmatique anhydre.

légèrement pour passer de 100 à 70 km entre 3 et 10 cm/an (Figure V.29). De la même manière, la position en profondeur varie peu. Elle est de 60 km entre 2 et 7 cm/an puis décroît légèrement à 50 km à 10 cm/an. La fusion partielle anhydre se produit donc dans un domaine de pression à peu près constant. Cependant, l'accélération de la convergence des plaques induit une augmentation de la température dans le coin du manteau (Figure V.30). **L'augmentation du taux de production anhydre en fonction du taux de convergence est la conséquence de l'augmentation de la température dans le coin du manteau.**

### Évolution globale et résumé

Le taux de production magmatique total est principalement influencé par la fusion anhydre. Le taux de fusion hydratée est uniquement significatif pour des taux de convergence faibles de 2 cm/an. Il représente alors 45% du taux de fusion total contre moins de

2% dans les autres cas. L'évolution du taux de production magmatique est donc représentée par l'évolution du taux magmatique anhydre.

En conclusion, **une accélération de la convergence des plaques est corrélée avec une augmentation de la production magmatique anhydre et hydratée.**

### V.3.3 Influence du pendage

Pour étudier l'influence du pendage sur la production magmatique, nous avons réalisé 9 simulations entre 35° et 80°, tous les 5° (Figure V.31).

#### Évolution de la fusion hydratée

La figure V.32 présente l'évolution du taux de production magmatique hydratée en fonction des variations de pendage. Les deux zones de fusion partielle zh1 et zh2 présentent des évolutions différentes. La zone zh1 la plus profonde a un taux de production magmatique constant autour de  $5,5 \pm 1,9 \text{ km}^3/\text{Ma}$  pour des pendages entre 35 et 60°.

Au delà de 60°, ce pic disparaît et se confond avec la zone de fusion zh2 (Figure V.33). La production magmatique croît régulièrement entre des pendages de 35 et 60° de  $3,5 \pm 1 \text{ km}^3/\text{Ma}$  et  $11,8 \pm 4 \text{ km}^3/\text{Ma}$ . Au delà de 60°, la totalité de la production magmatique hydratée est représentée par la zone zh2. Elle varie alors très fortement en passant

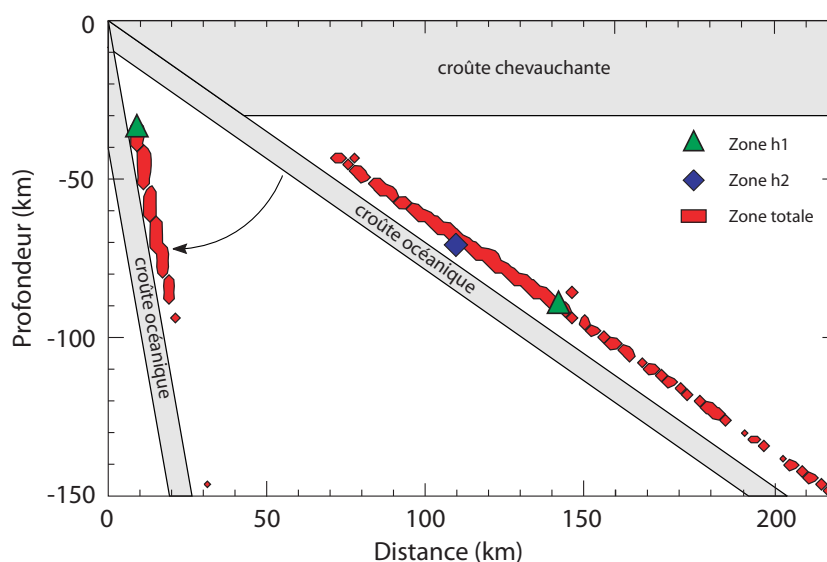


FIG. V.31 – Influence du pendage sur la localisation de la fusion partielle hydratée.

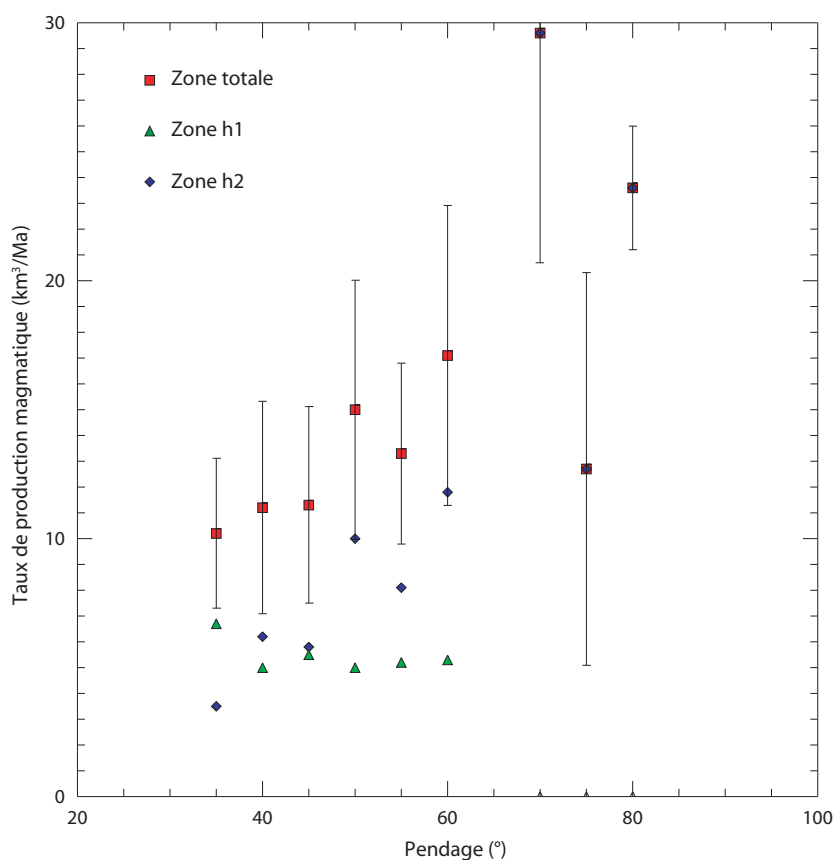


FIG. V.32 – Évolution du taux de production magmatique hydraté en fonction de l'augmentation du pendage de la subduction.

brutalement à un taux de  $29,6 \pm 14,8 \text{ km}^3/\text{Ma}$  pour un pendage de  $70^\circ$  puis redescend à  $12,3 \pm 7,6 \text{ km}^3/\text{Ma}$  pour un pendage de  $75^\circ$ .

Par conséquent, la résolution de la grille de traceurs pour le calcul des transferts d'eau et de fusion devient insuffisante. Au delà de  $60^\circ$ , les barres d'erreurs sur les mesures de la fusion hydratée sont très importantes.

En résumé, **La production magmatique hydratée augmente avec l'augmentation du pendage de la subduction**, entre  $35^\circ$  et  $70^\circ$ .

La localisation des maxima de fusion hydratée nous indique que les deux zones zh1 et zh2 migrent vers l'extrémité du coin du manteau lorsque le pendage augmente. Ce phénomène se produit en raison du déplacement de la zone de déshydratation de la croûte. En effet, plus le pendage augmente, plus la déshydratation de la croûte se produit tôt dans la subduction (Figure V.34).

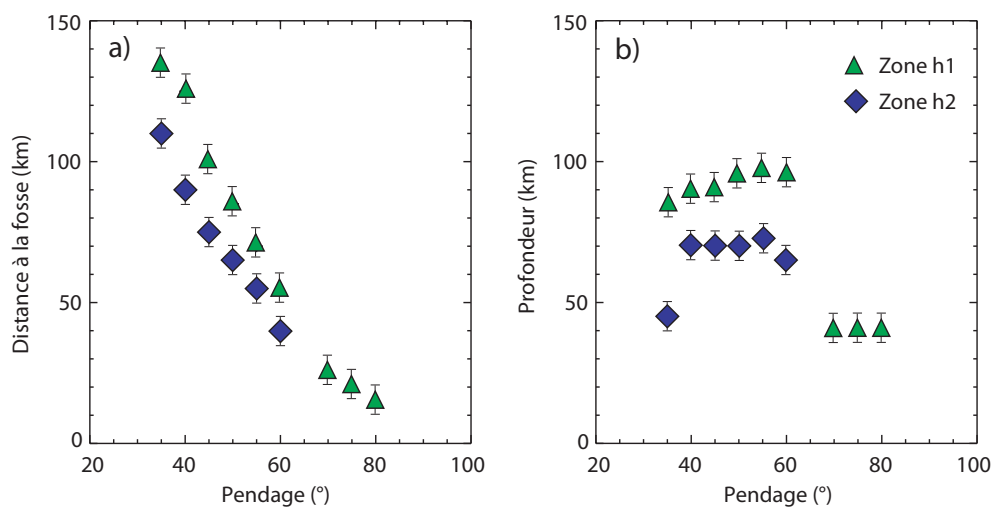


FIG. V.33 – Évolution de la position des maxima de fusion hydratée (a) par rapport à la fosse et (b) en profondeur. Pour des pendage supérieurs à  $60^\circ$  les deux zones de fusion zh1 et zh2 se confondent. De plus, elle passe brutalement de 70-95 km à 40 km de profondeur, pour le même angle limite.

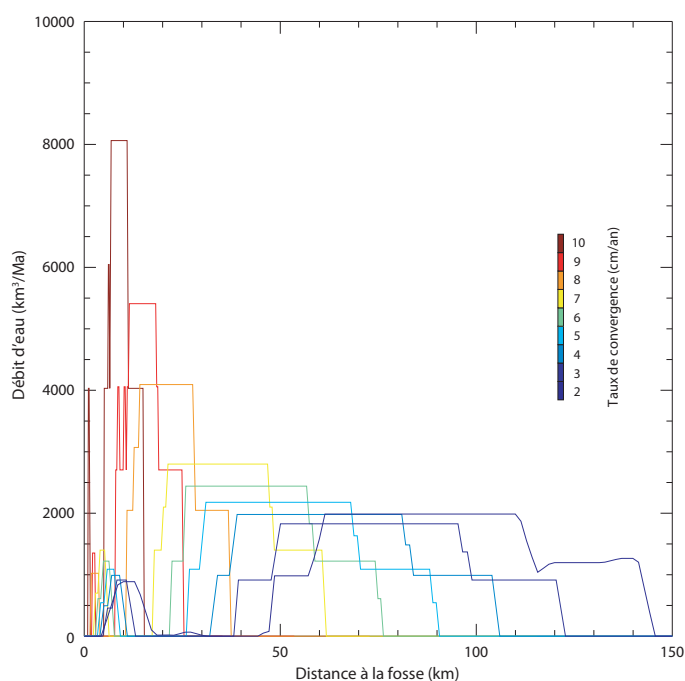


FIG. V.34 – Évolution du flux d'eau relâché par la plaque subduite en fonction du pendage. Plus le pendage augmente, plus le flux d'eau se concentre à proximité du sommet du manteau. De plus, lorsque le pendage augmente, le volume de croûte qui traverse une colonne du modèle augmente.



Elle se produit non seulement de plus en plus proche de la surface mais le flux d'eau est très localisé (Figure V.34). L'accentuation du pendage cause une augmentation du volume de croûte qui traverse une cellule du modèle. Ainsi, pour un pendage de  $45^\circ$ ,  $500 \text{ km}^3$  de croûte traversent une zone du manteau, contre  $1350 \text{ km}^3$  pour un pendage de  $75^\circ$ . Le flux d'eau est donc d'autant plus important.

Nous pouvons en conclure que **l'augmentation du taux de production magmatique en fonction du pendage est la conséquence de l'augmentation du flux d'eau relâché par la croûte.**

### Évolution de la fusion anhydre

L'évolution de la production magmatique anhydre en fonction du pendage est présentée dans la figure V.35. De façon très générale, le taux de fusion anhydre augmente avec le pendage. La production magmatique est très faible,  $33 \text{ km}^3/\text{Ma}$ , pour des pendages

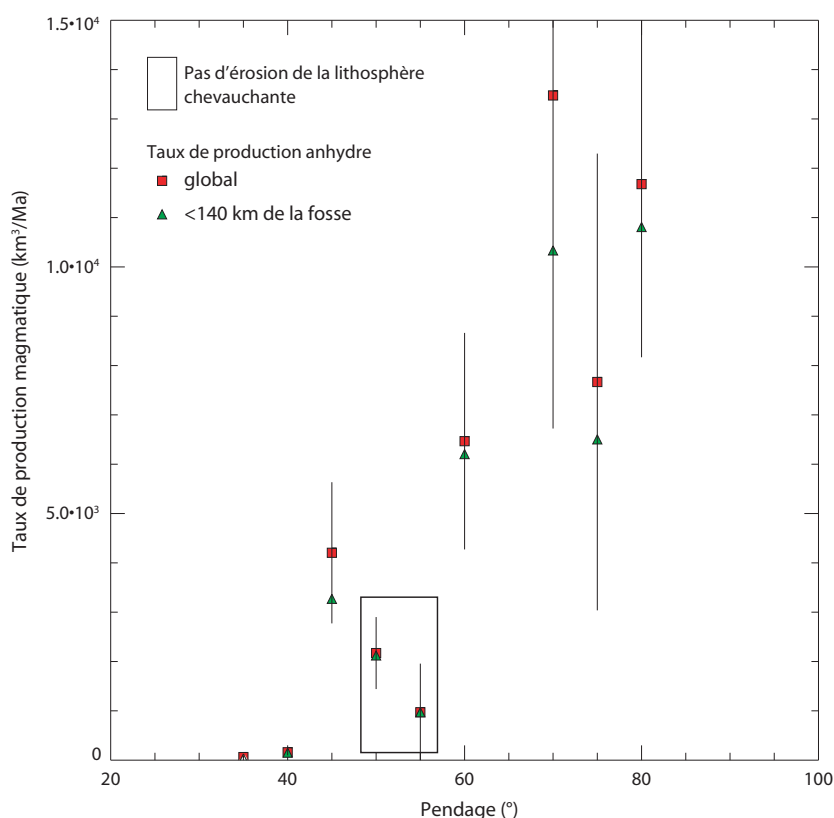


FIG. V.35 – Évolution du taux de production magmatique hydraté en fonction de l'augmentation du pendage de la subduction.

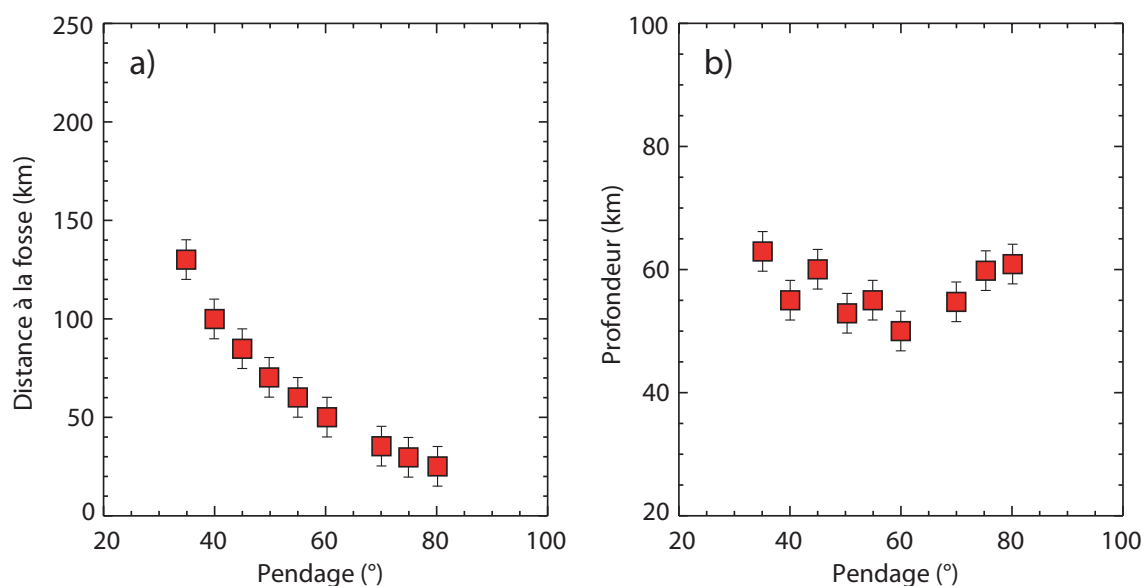


FIG. V.36 – Évolution de la position des maxima de fusion anhydre (a) par rapport à la fosse et (b) en profondeur. Au fur et à mesure que le pendage augmente, la position du maximum de fusion anhydre se rapproche de la fosse. Cependant, il ne varie pas beaucoup autour d'une profondeur moyenne de 60 km.

de 35°, et maximum pour des pendages élevés,  $10\,800 \pm 3250 \text{ km}^3/\text{Ma}$ . Nous pouvons remarquer un creux dans cette évolution pour des pendages de 50 et 55 ° où le taux de production magmatique fléchit sous les  $1\,000 \text{ km}^3/\text{Ma}$ .

De la même manière que dans les évolutions de la production magmatique en fonction de la profondeur du Moho et du taux de convergence, tous les modèles ne présentent pas d'érosion de la lithosphère. En l'occurrence, les simulations pour des pendages de 35, 40, 50 et 55° ne déclenchent pas d'érosion de la lithosphère. Il est donc difficile d'identifier une relation nette entre la production magmatique et le pendage. Si nous ne considérons que les modèles avec érosion de la lithosphère, l'augmentation du pendage entraîne dans ce cas une augmentation de la production anhydre. Ce phénomène est la conséquence du développement d'une érosion plus forte de la lithosphère juste au dessus de la plaque plongeante.

L'accentuation du pendage déplace la position du toit de la plaque plongeante. La zone de fusion partielle se déplace au même rythme qu'elle (Figure V.36). Cette observation est concordante avec le déplacement de l'arc volcanique en surface. Les études statistiques des zones de subductions ont corrélié le pendage avec la position de l'arc volcanique (Jarrard, 1986; Heuret, 2005).

Les forts taux de production magmatique anhydre sont à mettre en relation avec le phénomène d'érosion de la lithosphère et notamment de l'érosion plus prononcée dans le coin du manteau.

### V.3.4 Synthèse

#### Localisation de la fusion partielle

Nous avons mis en évidence deux zones de fusion partielle : l'une hydratée, l'autre anhydre. La fusion hydratée se localise sur un plan parallèle à la surface de la plaque subduite avec 2 à 3 zones de production maximale suivant les caractéristiques géométriques du modèle. La fusion anhydre forme une large zone à la verticale des maxima de fusion hydratée. Les paramètres de la subduction modifient la position et la forme de ces zones

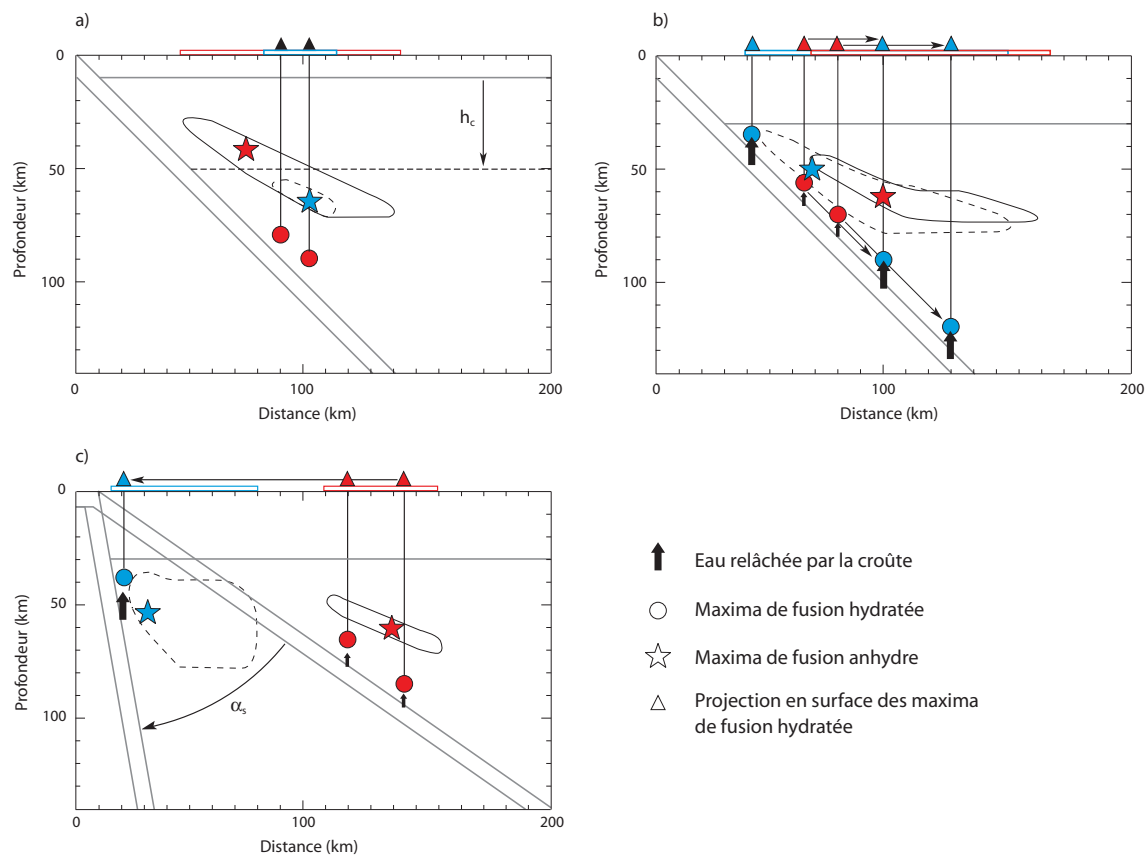


FIG. V.37 – Schéma synthétique de l'évolution des zones de fusion partielle en fonction des variations des paramètres de la subduction. a) Un épaississement de la croûte chevauchante provoque la réduction de la zone de fusion anhydre mais n'influence pas la localisation de la fusion hydratée. b) Une accélération de la convergence des plaques provoque l'enfoncement des zones de fusion hydratée et la remontée de la zone de fusion anhydre. c) L'accentuation du pendage conduit au rapprochement des zones de fusion de la fosse et un élargissement de la zone de fusion anhydre. Les figurés rouges indiquent les résultats pour les valeurs minimales des paramètres. Les figurés bleus sont quant à eux caractéristiques des valeurs maximales des paramètres.

de fusion (Figure V.37).

1. L'épaississement de la croûte chevauchante induit une diminution de la zone de fusion anhydre et la concentre au dessus de la fusion hydratée. Au contraire, la profondeur du Moho ne contrôle pas la position des maxima de fusion hydratée.
2. L'accélération de la convergence des plaques a des effets inverses sur la répartition de la fusion. Le courant dans le coin du manteau augmente avec ce paramètre. Il rapproche la zone de fusion anhydre de la plaque plongeante et draine le matériel asthénosphérique plus proche de la surface. Par contre, la plaque plongeante n'a pas le temps de s'équilibrer avec le manteau environnant. Ainsi, les deux maxima de fusion hydratée sont déplacés vers les profondeurs de la zone de subduction et s'écartent de la fosse. Il faut noter que, pour des taux de convergence supérieurs à 6 cm/an, une nouvelle zone de fusion hydratée apparaît en contact avec la fusion anhydre, dans l'extrémité du coin asthénosphérique.
3. L'accentuation du pendage induit quant à elle une modification plus marquée de la position des zones de fusion. En effet, les variations du pendage modifient la position de la plaque plongeante et donc la position des zones de fusion. Globalement, elles migrent vers la fosse en suivant l'inclinaison du slab. On peut noter que l'augmentation du pendage produit une migration des zones de fusion hydratée vers la surface et tend à les confondre. De plus, l'augmentation du pendage provoque une érosion importante de la lithosphère chevauchante qui conduit à un élargissement de la zone de fusion anhydre.

### **Influence des paramètres de la subduction sur la production magmatique**

Les principales relations mises en évidence par nos modèles entre les paramètres de la subduction et les taux de production magmatique sont résumées dans la figure (V.38).

1. *L'épaississement de la croûte chevauchante* a une influence antagoniste sur les fusions hydratée et anhydre. Le taux de production magmatique hydratée est fortement corrélé positivement à l'épaisseur du Moho (0,97). Ce phénomène est le résultat de l'augmentation locale de la température dans la zone de fusion hydratée. À l'inverse, le taux de production anhydre est anti-corrélé (-0,64) avec l'épaisseur de croûte chevauchante. Cette anticorrélation est plus marquée quand l'érosion de la lithosphère chevauchante (-0,95) n'est pas prise en compte. Cette diminution des volumes produits est la conséquence de la réduction de l'espace disponible pour la fusion et de l'accroissement de la pression dans la zone où le taux de fusion est maximum.

2. *L'accélération de la convergence des plaques* produit, au contraire, une évolution conjointe des deux types de fusion. Le taux de production magmatique hydratée est corrélé positivement avec le taux de convergence (0,89). Cet accroissement du volume de magma produit est issu directement de l'augmentation du flux d'eau relâché par la plaque subduite.

Le taux de production anhydre est également corrélé positivement avec la vitesse des plaques (0,87). Ce rapport est d'autant plus fort lorsque nous ne considérons que les modèles qui ne présentent pas d'érosion lithosphérique :  $v_c = 5$  à  $7$  cm/an (0,98). Cette croissance est due à une modification du flux mantellique dans le coin asthénosphérique. Celui-ci draine davantage de matériel chaud vers la surface et vers la fosse. Par conséquent, l'augmentation de la production anhydre résulte de l'accroissement de la température et de la diminution de la pression du maximum de fusion.

3. *L'accentuation du pendage de la subduction* produit une augmentation des taux de production magmatique. Dans ces cas précis, le taux de production magmatique hydratée est corrélé positivement avec le pendage (0,63). De plus, en ne prenant pas en compte les simulations à forts pendages ( $75^\circ$  et  $80^\circ$ ) pour lesquels l'évaluation des taux de fusion est peu précise, la corrélation s'affine (0,89). Cette relation est la conséquence de l'augmentation et de la concentration du flux d'eau relâché par la plaque subduite. En raison de l'accentuation du pendage, un volume plus important de croûte passe à la verticale d'un même point. Par conséquent, le flux d'eau augmente. Il occasionne une diminution de l'espace entre la plaque subduite et la plaque chevauchante, en concentrant le flux d'eau sur une plus petite longueur de slab.

Le taux de production anhydre est corrélé positivement avec le pendage (0,87). Cependant, les résultats fluctuent énormément et présentent de larges barres d'erreur pour des pendages élevés ( $\pm 6\,000$  km<sup>3</sup>/Ma). L'accentuation du pendage est reliée à l'accroissement de l'érosion lithosphérique dans le coin du manteau. L'augmentation du taux de production magmatique est donc liée à une fusion sur un plus large domaine, à une diminution du pendage et une augmentation de la température.

Au bilan, le taux de convergence semble être le paramètre qui a le plus d'influence sur l'ensemble de la production magmatique. Il présente de larges intervalles de variation pour les fusions hydratée et anhydre. Le pendage est certainement le paramètre qui influence le plus la production anhydre, mais les variations sont très importantes. L'épaisseur du Moho apparaît ici, comme un facteur limitant la fusion partielle. En effet, quelles que soient les valeurs des autres paramètres, une croûte épaisse inhibe le développement de la fusion hydratée.

En conséquence, il est attendu que les zones de subduction avec des croûtes chevauchantes fines (p.e. océaniques), des taux de convergence élevés et des pendages forts, soient le siège d'un dynamisme magmatique important. À l'inverse, les zones de subduction avec des croûtes épaisses (p.e. continentales) associées à des taux de convergence

	$V_h$ (km <sup>3</sup> /Ma)	$V_{ah}$ (km <sup>3</sup> /Ma)	$V_{tot}$ (km <sup>3</sup> /Ma)
$h_c$ (km) 10 → 55	21 8 ↗ $\nearrow T$	6400 ↘ $\nwarrow P$ 8	6400 ↘ $\nwarrow P$ 50
R	0,97	-0,64 (-0,95)	-0,64 (-0,95)
$v_c$ (cm/an) 2 → 10	60 2 ↗ $\nearrow H_2O$	7300 2 ↗ $\nearrow T \searrow P$	7360 4 ↗ $\nearrow T \searrow P$
R	0,89	-0,87 (-0,98)	-0,87 (-0,98)
$\alpha_s$ (°) 35 → 80	24 10 ↗ $\nearrow H_2O$	11700 63 ↗ $\nearrow T \searrow P$	11700 73 ↗ $\nearrow T \searrow P$
R	0,63 (0,89)	0,87	0,87

FIG. V.38 – Tableau récapitulatif des variations de la production magmatique en fonction des différents paramètres de la subduction.  $V_h$  : taux de production magmatique hydratée ;  $V_{ah}$  : Taux de production magmatique anhydre et  $V_{tot}$  : taux de production magmatique total. Les valeurs minimales et maximales de chacun des taux de production sont présentées en fonction de la croissance du paramètre. La cause de ces variations est indiquée dans le coin inférieur droit de la cellule (↗ T : augmentation de la température, ↘ P : augmentation de la pression, ↗ H<sub>2</sub>O : augmentation du flux d'eau). Le coefficient de corrélation pour chacun des paramètres est présenté au dessous de chaque cellule avec le cas échéant une valeur entre parenthèses. Celle-ci indique la valeur du coefficient après avoir retiré certaines simulations. Dans le cas de l'épaisseur de croûte chevauchante, les simulations ne présentant pas d'érosion de la lithosphère ont été retirées. Dans le cas du taux de convergence, les simulations présentant une érosion ont été négligées. Dans le cas du pendage, les simulations avec des pendages les plus extrêmes sont retirées pour le calcul de la fusion hydratée.

lents et des pendages faibles sont susceptibles de présenter une production magmatique moins intense.

# Chapitre VI

## Discussions et perspectives

### VI.1 Comparaison avec d'autres modèles numériques

Une étude numérique récente a porté sur l'influence du taux de convergence et du pendage sur la fusion partielle dans les zones de subduction (Cagnioncle et al., 2007). Elle présente quelques similitudes avec le travail présenté ici (Table VI.1).

Tout d'abord, les auteurs n'ont pas investigué l'influence de l'épaisseur de croûte chevauchante. Celle-ci reste constante à 25 km, ce qui est relativement proche des modèles de 30 km que nous avons réalisés. Cagnioncle et al. (2007) se basent sur un modèle thermique stationnaire (Kelemen et al., 2003b) obtenu pour un modèle "statique". Ils ne prennent pas en compte le développement de la convection globale. Ce modèle s'apparente à la méthode employée dans le chapitre III (van Keken et al., 2008).

Les transferts de fluides sont calculés à l'aide d'une méthode de traceurs (Tackley et King, 2003). La croûte océanique est assimilée à un MORB et le manteau à une Lherzolite (Schmidt et Poli, 1998), tandis que la fusion partielle est calculée en respectant le paramétrage de Katz et al. (2003). Contrairement à notre étude, les auteurs ont tenu compte de la migration des magmas en introduisant une loi de Darcy qui simule un écoulement dans un milieu poreux. De plus, les compositions chimiques et minéralogique du fluide et du résidu sont contrôlées à l'aide du modèle pMELT (Hirschmann et al., 1999).

Cagnioncle et al. (2007) proposent une dépendance linéaire du taux de production magmatique vis à vis du taux de convergence, qui passe en moyenne de 14 km<sup>3</sup>/Ma pour un taux de convergence de 4 cm/an à 36 km<sup>3</sup>/Ma pour un taux de convergence de 10 cm/an (Figure VI.1 a). Pour des taux de convergence compris entre 4 et 8 cm/an, nos données de production magmatique hydratée sont en accord avec cette relation (Figure VI.1 a). Cependant, pour des vitesses supérieures à 8 cm/an, nos valeurs dépassent celles



TAB. VI.1 – Tableau présentant les différences et les similitudes entre cette étude et celle de Cagnioncle et al. (2007).

	ce travail	Cagnioncle et al. (2007)
Modélisation de la structure thermique	convection	stationnaire
Transferts des fluides hydratés	méthode des traceurs Tackley et King (2003)	
Composition minéralogique et teneur en eau	Hacker et al. (2003)	Schmidt et Poli (1998)
Paramétrage de la fusion partielle	Katz et al. (2003)	
Migration des magmas	non pris en compte	loi de Darcy
Appauvrissement du manteau	non pris en compte	modèle pMELT Hirschmann et al. (1999)

de Cagnioncle et al. (2007). Dans leur étude, la production magmatique combine la fusion hydratée et anhydre. Dans notre cas, les volumes totaux émis par million d'années sont très largement supérieurs à ceux proposés, du fait du développement de la convection secondaire dans le coin du manteau que ces auteurs ne prennent pas en compte.

Cagnioncle et al. (2007) proposent également une corrélation entre le flux d'eau relâchée par la plaque plongeante et le taux de convergence (Figure VI.1 b). Dans leur cas, la profondeur maximale de déshydratation de la croûte océanique ne varie pas avec le taux de convergence entre les plaques. Elle reste localisée à  $115 \pm 40$  km de profondeur. Ce résultat tient au fait que la modélisation employée par Cagnioncle et al. (2007) considère un modèle stationnaire. Nous avons montré que, lorsque la dynamique de la convection est prise en compte dans la modélisation, la zone de déshydratation maximale s'enfonce avec l'augmentation du taux de convergence. Sa profondeur augmente de  $80 \pm 5$  km jusqu'à  $125 \pm 5$  km.

En fonction du pendage, Cagnioncle et al. (2007) mettent en évidence une croissance du taux de production magmatique entre  $30$  et  $45^\circ$ , puis une décroissance rapide au delà de  $60^\circ$ . Pour des pendages faibles, les mesures de fusion hydratée sont également en bon accord avec ces résultats. Pour des pendages supérieurs à  $60^\circ$ , la tendance observée dans notre modèle est toujours croissante. Il est possible que cela soit à nouveau lié aux différents régimes considérés (stationnaire ou dynamique). Des tests sont nécessaires pour valider cette hypothèse.

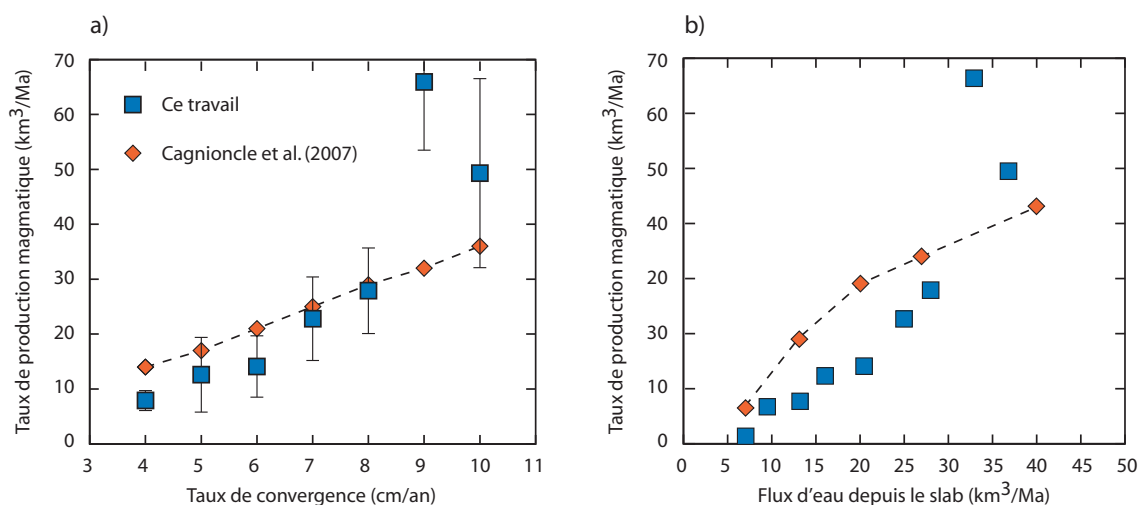


FIG. VI.1 – Comparaison avec les résultats et lois de paramétrisation proposées par Cagnioncle et al. (2007).

## VI.2 Taux de production magmatique

Les résultats du chapitre V ont mis en évidence une variation importante de la production magmatique en fonction de la configuration des modèles. Les paramètres les plus influents sont le taux de convergence des plaques et le pendage. Le taux de production magmatique varie de 4 km<sup>3</sup>/Ma dans le cas de subductions lentes ( $v_c = 2$  cm/an) à environ 12 000 km<sup>3</sup>/Ma dans le cas de subductions très pentées ( $\alpha_s = 80^\circ$ ). L'épaisseur de la croûte chevauchante joue quant à elle un rôle inhibiteur sur le développement de la fusion pour des croûtes épaisses ( $h_c > 40$  km).

Ces résultats numériques sont-ils en accord avec les données pétro-géochimiques sur les taux d'éruption dans les arcs volcaniques ?

D'après Hawkesworth et al. (2004) et Zellmer et al. (2005), les émissions volcaniques en surface varient entre 100 et environ 15 000 km<sup>3</sup>/Ma (Figure VI.2) à l'échelle globale, ce qui correspond à la gamme de valeurs obtenue dans les modèles numériques. Le taux d'éruption volcanique correspond au magma qui est émis en surface. Une grande part de la production magmatique contribue à la formation de plutons et reste piégée en profondeur. Les données de Zellmer et al. (2005) sont donc des valeurs minimales de la production magmatique.

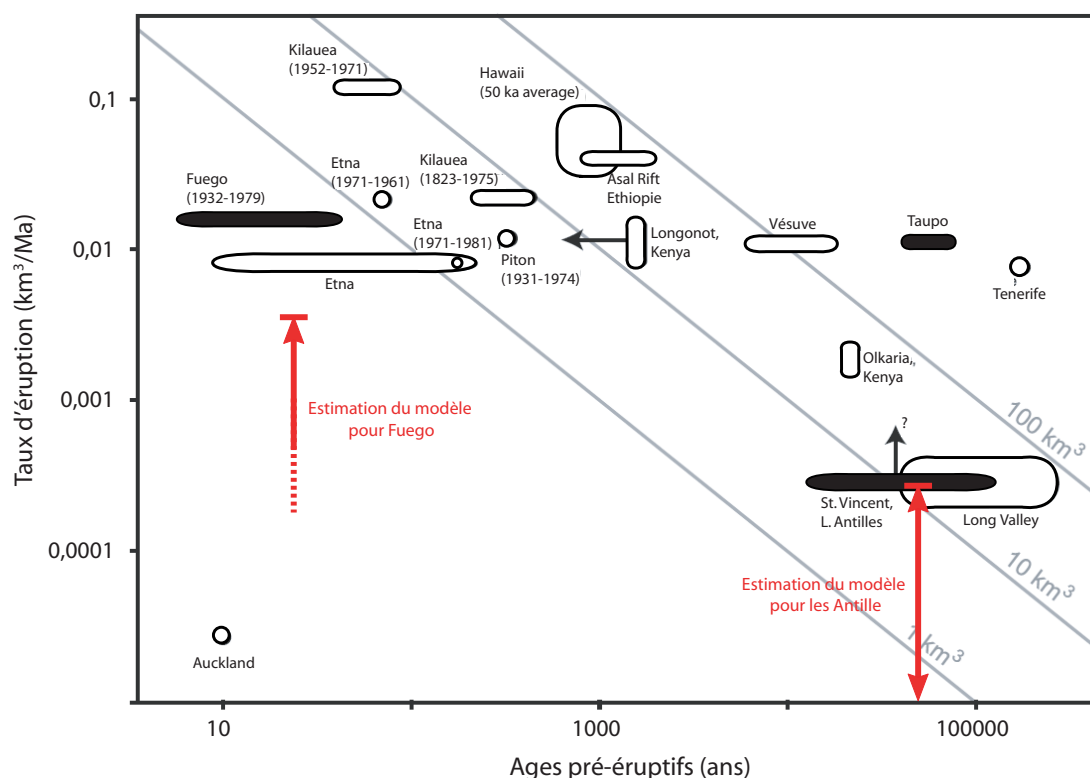


FIG. VI.2 – Variations des taux de production volcanique pour différents volcans à la surface de la Terre (modifié d'après Zellmer et al., 2005). Les âges pré-éruptifs correspondent à l'intervalle de temps écoulé entre la production du magma et l'éruption volcanique. Les volcans correspondant aux zones de subduction (zones noires) sont : Fuego (Guatemala), St Vincent (Petites Antilles), Taupo (Nouvelle Zélande). Le taux de production magmatique varie de 100 à 15 000  $\text{km}^3/\text{Ma}$  dans les zones de subduction. La gamme de variation avec le modèle numérique sont symbolisé par des flèches rouges.

Dans le cas des Antilles, Zellmer et al. (2005) évaluent le taux d'éruption de l'île de St Vincent à au moins 200  $\text{km}^3/\text{Ma}$ . Les caractéristiques géométriques de cette région sont les suivantes : un taux de convergence de 1,1 cm/an, un pendage de 37° (Heuret, 2005) et une croûte chevauchante de 33 km d'épaisseur (Jarrard, 1986). Dans cette gamme de valeurs des paramètres géométriques, les résultats obtenus aux chapitres IV et V conduisent à des taux de production compris entre environ 200  $\text{km}^3/\text{Ma}$  et 10  $\text{km}^3/\text{Ma}$ . La valeur maximale correspond à l'hypothèse où le coin du manteau est continuellement saturé par une teneur en eau de 0,5 wt%, tandis que la valeur minimale tient compte du partitionnement de l'eau entre les phases solide et liquide avec une évacuation instantanée de l'eau consommée dans la phase liquide lors de la fusion partielle. Cette comparaison suggère donc que dans cette région le coin du manteau est continuellement saturé en eau.

Le second exemple évalue un taux de production magmatique de l'ordre de  $15\,000\text{ km}^3/\text{Ma}$  pour le volcan Fuego au Guatemala. Les caractéristiques de cette zone de subduction correspondent à une croûte chevauchante épaisse de 47 km (Jarrard, 1986), un taux de convergence de 8 cm/an et un pendage de  $30^\circ$  (Heuret, 2005). Par rapport au cas précédent, on pourrait s'attendre, d'après les tests numériques, à ce que l'épaisseur plus importante de la croûte chevauchante résulte en une diminution du taux de production volcanique, tandis que le taux de convergence élevé induise une augmentation de ce dernier. Comme cela a été montré au chapitre V des taux de production de l'ordre de plusieurs milliers de kilomètres cubes par millions d'années sont associés à des processus de fusion anhydre éventuellement accentués par l'érosion de la lithosphère chevauchante. La valeur théorique obtenue pour un taux de convergence de 8 cm/an est d'environ  $4\,000\text{ km}^3/\text{Ma}$ , soit quatre à cinq fois moins que le taux de production observé par Zellmer et al. (2005). Les modèles théoriques suivent donc bien l'évolution observée entre les Antilles et le Guatemala du fait des variations du taux de convergence, mais ils tendent à sous-estimer les taux de production. Une explication possible pourrait être une sous-estimation de l'érosion sub-lithosphérique.

Nos modèles ont donc tendance à sous-estimer les taux d'éruption dans les arcs volcaniques. Cette observation est renforcée par le fait que la totalité du volume de magma n'arrive pas en surface. En effet, le taux d'éruption correspond à la partie du taux de production magmatique qui est émis par un volcan. Une part importante des magmas restent piégés et cristallisent en profondeur sous la forme de plutons. De plus, toutes les configurations des modèles n'ont pas été envisagées, et des interactions entre paramètres peuvent avoir des effets contradictoires. Ainsi, dans l'arc des Aléoutiennes, Jicha et al. (2006) calculent un taux de production magmatique maximum de  $182\text{ km}^3/\text{Ma}$ , dont  $62\text{ km}^3/\text{Ma}$  (34%) contribuent à la mise en place des plutons. Les caractéristiques géométriques de cette zone de subduction se rapprochent de celles du Guatemala, avec un taux de convergence de 7 cm/an et un pendage de  $35^\circ$  (Heuret, 2005). Dans le cas présent, le Moho est moins profond qu'au Guatemala (25 km). Le taux de production magmatique devrait donc être plus élevé, or il est très inférieur.

Dans l'exemple du Guatemala, la plaque plongeante est jeune. Son épaisseur de lithosphère thermique est comprise entre 40 et 50 km, contre 90 à 100 km dans le cas des Aléoutiennes et des Antilles (Heuret, 2005). L'épaisseur de la lithosphère thermique peut donc être un paramètre à introduire dans notre modèle pour valider cette hypothèse. Nous pouvons envisager une étude plus locale sur des zones de subduction bien documentées sur le plan géophysique et géochimique, afin de comparer l'efficacité du modèle à expliquer les observations.

## VI.3 Teneur en eau des magmas et mélanges

Il existe un modèle de genèse des magmas d'arc largement accepté (Tatsumi, 1986), mais récemment remis en cause, où la fusion du coin de manteau liée à l'infiltration de fluides aqueux dérivés de la plaque plongeante est prédominante. Sur la base d'une étude globale en éléments majeurs des magmas d'arc, Plank et Langmuir (1988) montrent que les variations des taux de fusion partielle sont contrôlés par la hauteur de la colonne de fusion, du fait d'une contribution importante de la décompression adiabatique dans les processus de fusion. De même, le modèle proposé par Tatsumi (1986) ne permet pas d'expliquer certaines observations, telles que des magmas d'arc dont les faibles teneurs en eau (0,21 à 0,38 wt% d'eau ; Sisson et Bronto, 1998) sont du même ordre de grandeur que celles des basaltes des rides océaniques (0,1 à 0,5 wt% ; Sobolev et Chaussidon, 1996), alors que les valeurs observées classiquement dans les magmas d'arc sont plutôt de l'ordre de 1 à 4 wt% (Sisson et Layne, 1993).

Les modélisations présentées au chapitre V montrent (1) que la zone de fusion hydratée se répartit le long d'un plan parallèle à la plaque plongeante avec deux à trois maxima en fonction de la configuration du modèle, (2) que ces zones de fusion hydratée sont toujours surmontées par une zone de fusion partielle anhydre (Figure VI.3) et (3) que les volumes produits par la fusion anhydre peuvent être plusieurs ordres de grandeur supérieurs à ceux produits par la fusion hydratée.

Nous avons fait l'hypothèse que les magmas migrent verticalement depuis la zone de production jusqu'à la surface. Par conséquent, nous pouvons envisager un mélange entre les magmas hydratés qui proviennent de l'interface supérieure de la plaque plongeante et les magmas anhydres plus superficiels. De fait, les données pétro-géochimiques (Turner et al., 2006; Elkins Tanton et al., 2001; Sisson et Bronto, 1998) font état de contamination des magmas hydratés par des composants à tendance anhydre (Elkins Tanton et al., 2001; Sisson et Bronto, 1998). Nos résultats sont également en accord avec les observations qui montrent que la production magmatique à partir des péridotites hydratées est plus faible que pour une péridotite anhydre, même si la fusion s'initie à plus faible température (Gaetani et Grove, 1998; Hirschmann et al., 1999; Turner et al., 2006).

À ce stade de l'étude, cet accord entre les résultats des modélisations numériques et les observations pétro-géochimiques n'est cependant que qualitatif, car la teneur en eau des magmas n'a pas été intégrée dans les calculs. Une évaluation plus précise des mélanges entre produits de fusion hydratée et anhydre nécessitera de prendre en compte la migration du fluide magmatique hydratée et son interaction avec la zone de fusion anhydre pendant sa remontée.

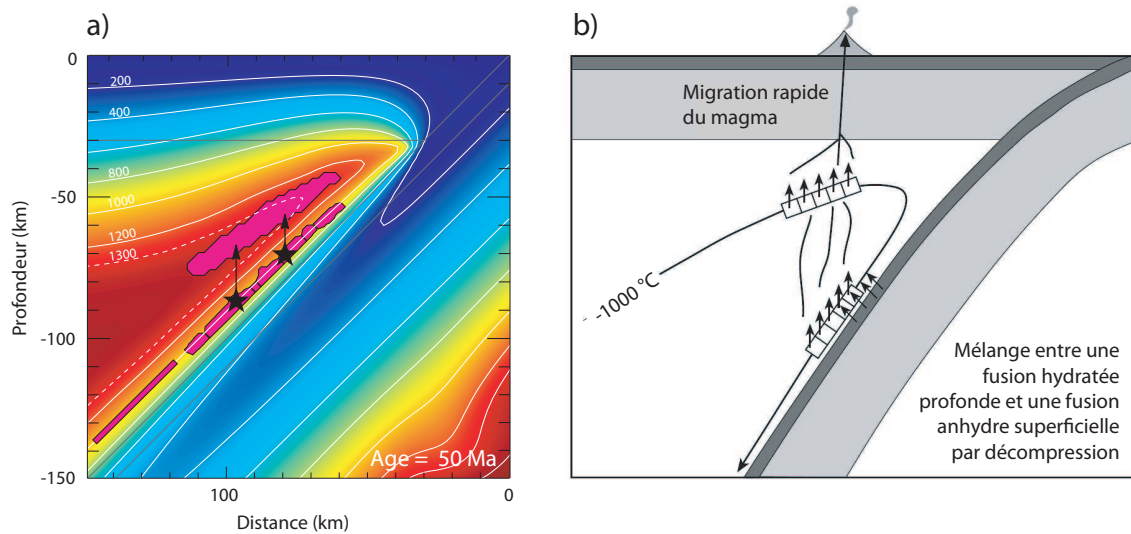


FIG. VI.3 — a) Localisation schématique de la position de la fusion partielle hydratée et anhydre dans nos modèles numériques. b) Hypothèse de mélanges des magmas d'arc proposé par Turner et al. (2006) basée sur des déséquilibres d'éléments radioactifs.

## VI.4 Érosion lithosphérique

Les modèles numériques ont également mis en évidence le développement d'une large zone d'érosion de la lithosphère thermique. Elle se traduit par la remontée des isothermes 1300°C (jusqu'à 50 km de profondeur) et 1350°C (45 km de profondeur) vers la surface.

Arcay et al. (2005) ont lié ce processus à la présence d'eau dans le coin du manteau, qui permet d'abaisser la viscosité de 1 à 2 ordres de grandeur et de déclencher une convection secondaire. Dans nos modèles, nous avons introduit l'effet de l'eau sur la viscosité tout en tenant compte de la fusion partielle, phénomène qui n'était pas inclus dans le modèle de Arcay et al. (2005). Nous observons alors que la migration de l'eau depuis le sommet de la plaque plongeante est stoppée par la zone de fusion partielle, car celle-ci consomme la quasi totalité de l'eau présente dans les traceurs et l'empêche donc d'atteindre la lithosphère chevauchante. Le processus d'érosion lithosphérique ne peut donc être uniquement attribué à la diminution de la viscosité en présence d'eau.

Plusieurs facteurs contribuent sans doute à ce phénomène : la diminution de viscosité localisée à l'interface plaque subduite-coin asthénosphérique, l'augmentation de température croissante avec le taux de convergence et les variations des taux de déformation au sein du coin asthénosphérique, éventuellement perturbées par l'arrivée cyclique de panaches froids associé à la mise en place d'une convection secondaire à la base de la

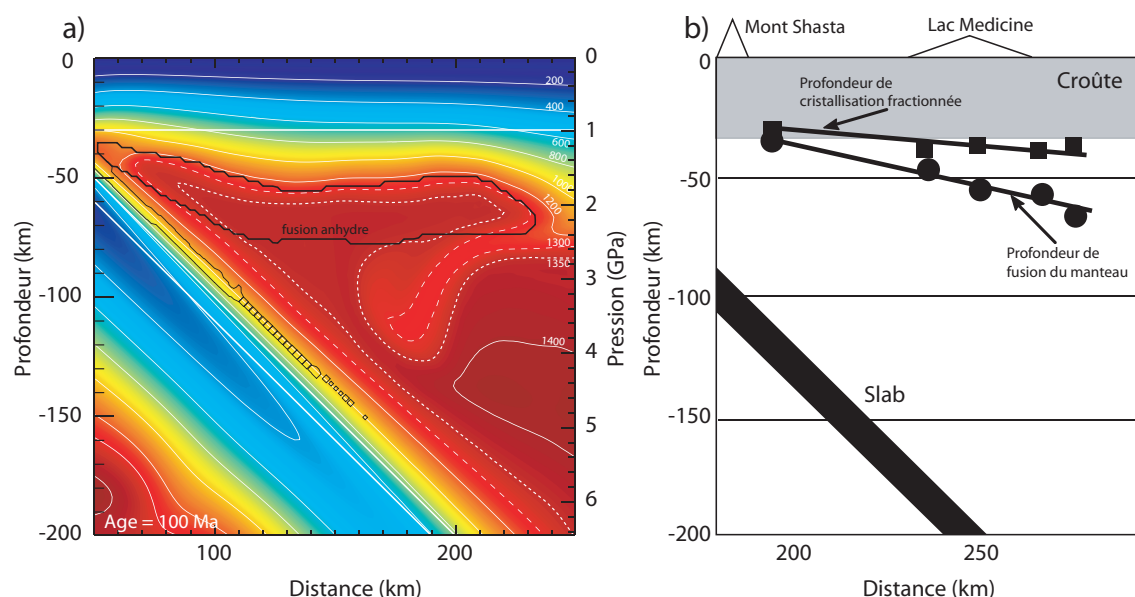


FIG. VI.4 – a) Modèle obtenu après 100 Ma pour une croûte chevauchante de 30 km, un taux de convergence de 5 cm/an et un pendage de 45°. La lithosphère est amincie sur 200 km de long. La zone de fusion anhydre s'étend entre 50 et 80 km de profondeur. L'isotherme à 1300°C remonte jusqu'à 50 km de profondeur et celui à 1350°C jusqu'à 60 km. b) Localisation des zones de fusion du manteau (cercle noir) et de cristallisation fractionnée (carré noir) sous l'arc des Cascades (modifié d'après Elkins Tanton et al., 2001). La zone de fusion anhydre est localisée juste au dessous de la croûte chevauchante. Les températures de fusion évoluent entre 1300 et 1450°C pour des profondeurs entre 36 et 56 km.

lithosphère chevauchante. Une étude plus précise est donc nécessaire pour évaluer l'importance respectives de ces différents facteurs, ainsi que leurs interactions. On peut remarquer que ce mécanisme d'érosion sub-lithosphérique présente plusieurs similitudes avec les structures thermiques observées sous les arcs volcaniques par des techniques géophysiques (p.e. Currie et al., 2004; Hyndman et al., 2005).

De même, l'analyse des magmas d'arc les plus primitifs, dans les Cascades notamment, donne de faibles profondeurs de fusion, de l'ordre de 36 à 66 km, dans une gamme de températures élevées comprises entre 1300 et 1450°C (Elkins Tanton et al., 2001) (Figure VI.4).



### Conclusion générale

En résumé de ce travail, nous avons développé et testé un modèle numérique permettant une étude systématique des paramètres qui contrôlent l'état thermique, les déformations, la fusion partielle et les transferts de fluides au sein des zones de subduction. L'importance du partitionnement de l'eau dans le contrôle des processus de fusion a été mise en évidence, avec l'identification de deux types de fusion :

- l'une hydratée proche de l'interface croûte subduite/manteau, qui génère de faibles taux de production magmatique ;
- l'autre anhydre, plus superficielle, qui produit de forts taux de production magmatique.

Les paramètres les plus influents sur le taux de fusion partielle sont le taux de convergence et le pendage de la plaque subduite. L'épaisseur de la croûte chevauchante, quant à elle, joue un rôle secondaire. Un résultat également important concerne le développement de l'érosion sub-lithosphérique et son influence sur le taux de production magmatique.

Une première discussion montre que les résultats numériques sont en bon accord avec les données pétro-géochimiques. La suite logique de ce travail est une confrontation systématique des modèles aux données de subductions naturelles. La méthode des traceurs intégrée au code de calcul permettra à l'avenir de traiter de façon plus précise la cinétique du transport des magmas au travers du coin du manteau, ainsi que les mélanges éventuels entre les produits des fusions hydratée et anhydre.





# Bibliographie

- Amstutz, A. (1951). Sur l'évolution des structures alpines. *Arch. Sci.*, 4, 323–329.
- Arcay, D. (2005). *Influence de l'eau sur les interactions lithosphère-asthénosphère dans les zones de subduction*. Ph.D. thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis.
- Arcay, D., Tric, E., et Doin, M.-P. (2005). Numerical simulations of subduction zones : Effect of slab dehydration on the mantle wedge dynamics. *Phys. Earth Planet. Int.*, 149(1-2), 133–153. doi :10.1016/j.pepi.2004.08.020.
- Arcay, D., Tric, E., et Doin, M.-P. (2007). Slab surface temperature in subduction zones : Influence of the interplate decoupling depth and upper plate thinning processes. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 255(3-4), 324–38.
- Argyris, J. et Kelsey, S. (1960). *Energy theorems and structural analysis*. Butterworth scientific publications.
- Asimow, P. D., Dixon, J. E., et Langmuir, C. H. (2004). A hydrous melting and fractionation model for mid-ocean ridge basalts : Application to the mid-atlantic ridge near the azores. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 5(Q01E16), 1–24. doi :10.1029/2003GC000568.
- Aubaud, C., Hauri, E. H., et Hirschmann, M. M. (2004). Hydrogen partition coefficients between nominally anhydrous minerals and basaltic melts. *Geophys. Res. Lett.*, 31, L20611. doi :10.1029/2004GL021341.
- Bai, Q. et Kohlstedt, D. (1992). Substantial hydrogen solubility in olivine and implications for water storage in the mantle. *Nature*, 357, 672–674. doi :10.1038/357672a0.
- Batchelor, G. (1967). *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge University Press, New-York, 615 pp.
- Bell, D. R., Ihinger, P. D., et Rossman, G. R. (1995). Quantitative analysis of trace OH in garnet and pyroxenes. *Am. Mineral.*, 80, 465–474.
- Billen, M. I. et Gurnis, M. (2001). A low viscosity wedge in subduction zones. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 193(1-2), 227–236.

- Cagnioncle, A.-M., Parmentier, E. M., et Elkins-Tanton, L. T. (2007). Effect of solid flow above a subducting slab on water distribution and melting at convergent plate boundaries. *J. Geophys. Res.*, 112, B09402. doi :10.1029/2007JB004934.
- Christensen, D. et Ruff, L. (1988). Seismic coupling and outer rise earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 93, 13421–13444.
- Cloos, M. (1993). Lithospheric buoyancy and collisional orogenesis : Subduction of oceanic plateaus, continental margins, island arcs, spreading ridges and seamounts. *Geol. Soc. Am. Bull.*, 105, 715–737.
- Conder, J., Wiens, D., et Morris, J. (2002). On the decompression melting structure at volcanic arcs and back-arc spreading centers. *Geophys. Res. Lett.*, 29(15), 17–1.
- Currie, C., Wang, K., Hyndman, R. D., et He, J. (2004). The thermal effects of steady-state slab-driven mantle flow above a subducting plate : The cascadia subduction zone and backarc. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 223(1-2), 35–48.
- Cuvelier, C., Segal, A., et Van Steenhoven, A. (1986). *Finite Element Methods and the navier-Stokes Equations*. Reidel, Norwell, MA, 483 p. pp.
- Davies, J. (1999). Simple analytic model for subduction zone thermal structure. *Geophys. J. Int.*, 139(3), 823–8.
- Davies, J. et Stevenson, D. (1992). Physical model of source region of subduction zone volcanics. *J. Geophys. Res.*, 97(B2), 2037–2070. doi :10.1029/91JB02571.
- Doin, M.-P. et Henry, P. (2001). Subduction initiation and continental crust recycling : the roles of rheology and eclogitization. *Tectonophysics*, 342(1-2), 163–191. doi : 10.1016/S0040-1951(01)00161-5.
- Dumoulin, C. (2000). *Convection mantellique et structure de la lithosphère*. Thèse de doctorat, Université de Paris Sud (Paris XI).
- Dumoulin, C., Doin, M.-P., et Fleitout, L. (2001). Numerical simulations of the cooling of an oceanic lithosphere above a convective mantle. *Phys. Earth Planet. Int.*, 125(1-4), 45–64.
- Eberle, M. A., Grasset, O., et Sotin, C. (2002). A numerical study of the interaction between the mantle wedge, subducting slab, and overriding plate. *Phys. Earth Planet. Int.*, 134(3-4), 191–202.
- Elkins Tanton, L. T., Grove, T. L., et Donnelly-Nolan, J. (2001). Hot, shallow mantle melting under the cascades volcanic arc. *Geology*, 29(7), 631–634.

- Furlong, K. P., Chapman, D. S., et Alfeld, P. W. (1982). Thermal modeling of the geometry of subduction with implications for the tectonics of the overriding plate. *J. Geophys. Res.*, 87, 1786–1802. doi :10.1029/JB087iB03p01786.
- Gaetani, G. et Grove, T. (1998). The influence of water on melting of mantle peridotite. *Contrib. Mineral. Petrol.*, 131, 323–346.
- Gaetani, G. et Grove, T. (2003). Experimental constraints on melt generation in the mantle wedge. In J. Eiler, ed., *Inside the subduction factory*, *Geophys. Monogr. Ser.*, volume 138, pp. 107–134. AGU, Washington D.C.
- Gerya, T. et Yuen, D. (2003). Rayleigh-Taylor instabilities from hydration and melting propel 'cold plumes' at subduction zones. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 212, 47–62.
- Glowinski, R. (1984). *Numerical Methods for Nonlinear Variational Problems*. Springer-Verlag, New York, NY.
- Grasset, O. et Parmentier, E. (1998). Thermal convection in a volumetrically heated, infinite Prandtl number fluid with strongly temperature-dependent viscosity : implications for planetary thermal evolution. *J. Geophys. Res.*, 103(B8), 18171–81.
- Hacker, B., Abers, G., et Peacock, S. (2003). Subduction factory 1. Theoretical mineralogy, densities, seismic wave speeds, and H<sub>2</sub>O contents. *J. Geophys. Res.*, 108(B1), 10–1.
- Hasegawa, A. et Zhao, D. (1994). Deep structure of island arc magmatic regions as inferred from seismic observations. In M. Ryan, ed., *Magmatic Systems*. Academic Press, San Diego, CA.
- Hawkesworth, C., George, R., Turner, S., et Zellmer, G. (2004). Time scales of magmatic processes. *Earth and Planetary Science Letters*, 218(1-2), 1–16.
- Hawkesworth, C., Turner, P., McDermott, F., Peate, D., et van Calstern, P. (1997). U-th isotopes in arc magmas : Implications for element transfer from the subducted crust. *Science*, 276, 551–555.
- Hecht, F., Pironneau, O., Le Hyaric, A., et Ohtsuka, K. (2008). *Freefem++* : <http://www.freefem.org/ff++/>. Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie, Paris, France, second edition , version 2.24-2-1 edition.
- Heuret, A. (2005). *Dynamique des zones de subduction : étude statistique globale et approche analogique*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II.

- Hirschmann, M., Asimow, P., Ghiorso, M., et Stolper, E. (1999). Calculation of peridotite partial melting from thermodynamic models of minerals and melts. III. controls on isobaric melt production and the effect of water on melt production. *J. Petrol.*, 40(5), 831–851.
- Hirth, G. et Kohlstedt, D. (1996). Water in the oceanic upper mantle : implications for rheology, melt extraction and the evolution of the lithosphere. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 144(1-2), 93–108. doi :10.1016/0012-821X(96)00154-9.
- Humler, E., Langmuir, C., et Daux, V. (1999). Depth versus age : new perspectives from the chemical compositions of ancient crust. *Earth and Planetary Science Letters*, 173(1-2), 7–23.
- Hyndman, R. D., Currie, C. A., et Mazzotti, S. P. (2005). Subduction zone backarcs, mobile belts, and orogenic heat. *GSA Today*, 15(2), 4–10.
- Iwamori, H. (1998). Transportation of H<sub>2</sub>O and melting in subduction zones. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 160(1-2), 65–80. doi :10.1016/S0012-821X(98)00080-6.
- Iwamori, H. (2004). Phase relations of peridotites under H<sub>2</sub>O-saturated conditions and ability of subducting plates for transportation of H<sub>2</sub>O. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 227(1-2), 57–71.
- Iwamori, H. et Zhao, D. (2000). Melting and seismic structure beneath the northeast Japan arc. *Geophys. Res. Lett.*, 27, 425–428.
- Jarrard, R. (1986). Relations among subduction parameters. *Rev. Geophys.*, 24(2), 217–84.
- Jicha, B. R., Scholl, D. W., Singer, B. S., Yogodzinski, G. M., et Kay, S. M. (2006). Revised age of aleutian island arc formation implies high rate of magma production. *Geology*, 34(8), 661–664.
- Katz, R. F., Spiegelman, M., et Langmuir, C. H. (2003). A new parameterization of hydrous mantle melting. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 4, 1.
- Kelemen, P., Rilling, J. L., Parmentier, E. M., Mehl, L., et Hacker, B. (2003a). Thermal structure due to solid-state flow in the mantle wedge beneath arcs. In J. Eiler, ed., *Inside the subduction factory*, *Geophys. Monogr. Ser.*, volume 138, pp. 293–309. AGU, Washington D.C.
- Kelemen, P., Yogodzinski, G., et Scholl, D. (2003b). Along-strike variation in the Aleutians island arc : Genesis of high Mg# andesite and implications for continental crust. In J. Eiler, ed., *Inside the subduction factory*, *Geophys. Monogr. Ser.*, volume 138, pp. 223–272. AGU, Washington D.C.

- Kincaid, C. et Sacks, I. (1997). Thermal and dynamical evolution of the upper mantle in subduction zones. *J. Geophys. Res.*, 102(B6), 12295–315. doi :10.1029/96JB03553.
- Kohlstedt, D., Keppler, H., et Rubie, D. (1996). Solubility of water in the  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  phases of  $(\text{Mg,Fe})_2\text{SiO}_4$ . *Contrib. Mineral. Petrol.*, 123(4), 345–357.
- Korenaga, J. et Karato, S.-I. (2008). A new analysis of experimental data on olivine rheology. *J. Geophys. Res.*, 113, B02403.
- Kushiro, I. (1969). The system forsterite - diopside - silica with or without water at high pressures. *Am. J. Sci.*, 267, 269–294.
- Lallemand, S., Huchon, P., Jolivet, L., et Prouteau, G. (2004). *Convergence Lithosphérique*. Vuibert, Paris, F., 182 pp.
- Lallemand, S., Liu, C.-S., Dominguez, S., Schnurle, P., Malavieille, J., Angelier, J., Defontaine, B., Fournier, M., Collot, J.-Y., Hsu, S.-K., Liu, S.-Y., Le Formal, J.-P., Sibuet, J.-C., Thureau, N., Lu, C.-Y., et Wang, F. (1999). Trench-parallel stretching and folding of forearc basins and lateral migration of the accretionary wedge in the southern Ryukyus : A case of strain partition caused by oblique convergence. *Tectonics*, 18(2), 231–247.
- Lataste, M. (2007). *Les landes résiduelles de l'agglomération nantaise : étude phytosociologique et propositions de gestion*. Master's thesis, Université de Nantes.
- Lu, R. et Keppler, H. (1997). Water solubility in pyrope to 100 kbar. *Contrib. Mineral. Petrol.*, 129(1), 35–42. doi :10.1007/s004100050321.
- Mantle, G. W. et Collins, W. J. (2008). Quantifying crustal thickness variations in evolving orogens : Correlation between arc basalt composition and moho depth. *Geology*, 36, 87–90. doi :DOI:10.1130/G24095A.1.
- Mei, S. et Kohlstedt, D. (2000). Influence of water on plastic deformation of olivine aggregates. 2. dislocation creep regime. *J. Geophys. Res.*, 105(B9), 21471–81.
- Mooney, W. D., Laske, G., et Masters, T. G. (1998). Crust 5.1 : A global crustal model at  $5^\circ \times 5^\circ$ . *J. Geophys. Res.*, 103(B1), 727–747.
- Morris, J., Leemann, W., et Tera, F. (1990). The subducted component in island arc lavas : constraints from Be isotopes and B-Be systematics. *Nature*, 344, 31–36.
- Muñoz, M. (2005). No flat Wadati-Benioff zone in the central and southern central Andes. *Tectonophysics*, 395(1-2), 41–65.

- Müller, R., Sdrolias, M., Gaina, C., et Roest, W. (2008). Age, spreading rates, and spreading asymmetry of the World's ocean crust. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 9, Q04006. doi :10.1029/2007GC001743.
- Nadai, A. (1963). *Theory of Flow and Fracture of Solids*, volume II. McGraw-Hill, Inc, New-York, NY.
- Niu, Y. (1997). Mantle melting and melt extraction processes beneath ocean ridges : evidence from abyssal peridotites. *J. Petrol.*, 38(8), 1047–1074.
- Peacock, S. (1987). Thermal effects of metamorphic fluids in subduction zones. *Geology*, 15(11), 1057–60.
- Peacock, S. (1990). Fluid processes in subduction zones. *Science*, 248(4953), 329–37.
- Peacock, S. (1996). Thermal and petrologic structure of subduction zones. In G. B. et al., ed., *Subduction : Top to bottom, Geophys. Monogr. Ser.*, volume 96, pp. 119–133. American Geophysical Union, AGU, Washington D.C.
- Plank, T. et Langmuir, C. H. (1988). An evaluation of the global variations in the major element chemistry of arc basalts. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 90(4), 349–370. doi :10.1016/0012-821X(88)90135-5.
- Plank, T. et Langmuir, C. H. (1993). Tracing trace elements from sediment input to volcanic output at subduction zones. *Nature*, 362, 163–165.
- Ranero, C., Morgan, J., McIntosh, K., et Reichert, C. (2003). Bending-related faulting and mantle serpentinization at the Middle America trench. *Nature*, 425(6956), 367–73.
- Rauch, M. et Keppler, H. (2002). Water solubility in orthopyroxene. *Contrib. Mineral. Petrol.*, 143(5), 525–536.
- Reddy, J. N. (1993). *An Introduction to the finite element method*. McGraw-Hill, Inc, New York, U.S.A., 2nd edition, 684 pp.
- Richard, G. (2003). *Le cycle de l'eau dans le manteau terrestre : apport de la modélisation numérique*. Thèse de doctorat, Université Toulouse III - Paul sabatier.
- Ritzwoller, M. H., Shapiro, N. M., et Zhong, S.-J. (2004). Cooling history of the Pacific lithosphere. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 226(1-2), 69–84.
- Schmidt, M. W. et Poli, S. (1998). Experimentally based water budgets for dehydrating slabs and consequences for arc magma generation. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 163(1-4), 361–379.



- Sisson, T. W. et Bronto, S. (1998). Evidence for pressure-release melting beneath magmatic arcs from basalt at galunggung, indonesia. *Nature*, 391(6670), 883–886.
- Sisson, T. W. et Layne, G. (1993). H<sub>2</sub>O in basalt and basal andesite glass inclusions from four subduction-related volcanoes. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 117, 619–635.
- Smolarkiewicz, P. (1984). A fully multidimensional definite advection transport algorithm with small implicit diffusion. *J. Comput. Phys.*, 54, 325–362.
- Sobolev, S. V. et Chaussidon, M. (1996). H<sub>2</sub>O concentrations in primary melts from supra-subduction zones and mid-ocean ridges : implications for H<sub>2</sub>O storage and recycling in the mantle. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 137, 45–55.
- Stein, S. et Stein, C. (1996). Thermo-mechanical evolution of oceanic lithosphere : Implications for the subduction process and deep and deep earthquakes. In G. B. et al., ed., *Subduction : Top to Bottom, Geophys. Monogr. Ser.*, volume 96, pp. 1–17. AGU, Washington, D.C.
- Stein, S. et Stein, S. (1992). A model for the global variation in oceanic depth and heat flow with lithospheric age. *Nature*, 359, 123–129.
- Stern, R. (2002). Subduction zones. *Rev. Geophys.*, 40(4), 3–1. doi :10.1029/2001RG000108.
- Tackley, P. J. et King, S. D. (2003). Testing the tracer ratio method for modeling active compositional fields in mantle convection simulations. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 4(4), 15. doi :10.1029/2001GC000214.
- Tatsumi, Y. (1986). Formation of the volcanic front in subduction zones. *Geophys. Res. Lett.*, 17, 717–720.
- Turcotte, D. et Schubert, G. (1982). *Geodynamics : Applications of Continuum Physics to Geological Problems*. Cambridge University Press., Cambridge, U.K., 2nd edition.
- Turner, M., Clough, R., Martin, H., et Topp, L. (1956). Stiffness and deflection analysis of complex structure. *Journal of Aeronautical Science*, 23, 805–823.
- Turner, S., George, R., Evans, P., Hawkesworth, C., et Zellmer, G. (2000). Time-scales of magma formation, ascent and storage beneath subduction-zone volcanoes. *Philosophical Transactions of the Royal Society London, Series A (Mathematical, Physical and Engineering Sciences)*, 358(1770), 1443–64.
- Turner, S., Regelous, M., Hawkesworth, C., et Rostami, K. (2006). Partial melting processes above subducting plates : Constraints from 231pa-235u disequilibria. *Geochim Cosmochim Acta*, 70(2), 480–503. doi :10.1016/j.gca.2005.09.004.



- van Keken, P. E., Currie, C., King, S. D., Behn, M. D., Cagnioncle, A., He, J., Katz, R. F., Lin, S.-C., Parmentier, E. M., Spiegelman, M., et Wang, K. (2008). A community benchmark for subduction zone modeling. *Phys. Earth Planet. Int.*, 171, 187–197.
- van Keken, P. E., Kiefer, B., et Peacock, S. M. (2002). High-resolution models of subduction zones : implications for mineral dehydration reactions and the transport of water into the deep mantle. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 3(10), 1056. doi : 10.1029/2001GC000256.
- Vanleer, B. (1977). Toward the ultimate conservative difference scheme. part IV : A new approach to numerical convection. *J. Comput. Phys.*, 23, 276–299.
- Zellmer, G., Annen, C., Charlier, B., George, R., Turner, S., et Hawkesworth, C. (2005). Magma evolution and ascent at volcanic arcs : constraining petrogenetic processes through rates and chronologies. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 140(1-3), 171–191.
- Zhao, D., Hasegawa, A., et Horiuchi, S. (1992). Tomographic imaging of P and S wave velocity structure beneath northeastern Japan. *J. Geophys. Res.*, 97(B13), 19–909. doi : 10.1029/92JB00603.
- Zhao, D., Xu, Y., Wiens, D., Dorman, L., Hildebrand, J., et Webb, S. (1997). Depth extent of the Lau back-arc spreading center and its relation to subduction processes. *Science*, 278(5336), 254–7. doi :10.1126/science.278.5336.254.
- Zienkiewicz, O. C., Löhner, R., Morgan, K., et Nakazawa, S. (1984). Finite elements in fluid mechanics - a decade of progress. In *Finite elements in Fluids*, volume 5, chapter 1, pp. 1–26. Wiley, Chichester, UK.
- Zienkiewicz, O. C. et Taylor, R. L. (2000). *The finite element method : Fluid dynamics.*, volume 3. Butterworth-Heinemann, Oxford, U.K., 5th edition, 334 pp.

## **Thermomécanique et transferts de fluides dans les zones de subduction**

Le volcanisme des zones de subduction est associé à la déshydratation de la plaque lithosphérique subduite. La présence d'eau permet d'abaisser les conditions nécessaires au déclenchement de la fusion partielle du manteau.

Un modèle numérique bidimensionnel en éléments finis a été développé afin de déterminer l'influence des paramètres géométriques de la subduction sur cette fusion partielle. Ce modèle intègre de manière couplée la résolution des équations de la mécanique des fluides, le calcul de la fusion partielle et les transferts d'eau entre les différentes phases minéralogiques du manteau et de la croûte. Du point de vue technique, les équations de conservation de l'énergie sont résolues par une méthode de type Galerkin tandis que les équations de conservation de la masse et du moment utilisent une procédure de pénalisation. La prise en compte des transferts de fluides se fait par le biais d'une méthode de traceurs. Chacun d'entre eux porte une information de composition minéralogique et de teneur en eau. En fonction des conditions de pression et de température, nous pouvons déterminer, à partir d'un diagramme de phase, les teneurs maximales en eau que peut accepter un traceur et donc évaluer la migration du fluide.

Les résultats obtenus sont en accord avec les données géochimiques enregistrées en surface dans les laves des arcs volcaniques. Ainsi, une augmentation de l'épaisseur de la croûte chevauchante est associée à une diminution de la production magmatique totale, tandis qu'une augmentation du taux de convergence des plaques est corrélée avec une augmentation du taux de fusion partielle.

Mots clés : subduction, fusion partielle, modèle numérique, méthode des traceurs, éléments finis, coin du manteau, transferts d'eau, déshydratation/hydratation, fusion anhydre, fusion hydratée

## **Thermo-mechanical modelling and fluid transfers in subduction zones**

Volcanism in subduction zones is associated to lithospheric plate dehydration. The presence of water allows pulling down partial melting conditions.

A bi-dimensional finite element model has been developed in order to study the influence of subduction zone geometrical parameters on partial melting. This model incorporates classical fluid mechanics equations and the simultaneous computation of partial melting and water transfers between minerals in the mantle and crust. In the technical part, energy conservation equation is solved using a Galerkin procedure while mass and momentum equations are solved by a penalty method. Fluid transfers are incorporated with a tracer cell method. Each tracer includes compositional and water content information. The released water content which takes part in partial melting is computed from the temperature and pressure conditions resulting from the thermo-mechanical model.

The results are in line with geochemical data recorded in lavas from volcanic arcs. Thereby, an increasing overriding crustal thickness is related to a decreasing magmatic production, while convergent rate acceleration is correlated with an increasing partial melting rate.

Keywords: subduction zones, partial melting, numerical model, finite elements, tracer cell method, mantle wedge, water transfers, dehydration/hydration, dry/wet melting.

Discipline : Sciences de la Terre et de l'Univers

N° :